

Условия задач 2021-2022 учебного года.
Первый тур

8 класс.

1. Аркадий, Борис и Виктор катались на электросамокатах, не зная про ограничение скорости. Весь путь был разделён на два участка. Аркадий проехал первый участок со скоростью 48 км/ч, а второй — со скоростью 24 км/ч. Борис проехал первый участок со скоростью 24 км/ч, второй — с постоянной скоростью не меньше 48 км/ч. Виктор оба участка проехал с одной и той же скоростью. Стартовали все одновременно и к финишу приехали тоже одновременно. Докажите, что Виктор ехал со скоростью не меньшей, чем 32 км/ч.

2. По кругу стоят различные числа $y_1, y_2, \dots, y_{2021}$. Может ли случиться так, что

$$y_1 + |y_2| = 3, \quad y_2 + |y_3| = 3, \quad \dots, \quad y_{2020} + |y_{2021}| = 3 \quad \text{и} \quad y_{2021} + |y_1| = 3?$$

3. Прямоугольник с целыми сторонами разрезали на 10 000 прямоугольников (не обязательно с целыми сторонами), проведя 99 горизонтальных и 99 вертикальных линий. Прямоугольники разбиения покрасили в черный и белый цвета так, что никакие два прямоугольника одного цвета не имеют общей стороны. Оказалось, что периметр каждого черного прямоугольника — натуральное число, оканчивающееся на 17 или на 19. Докажите, что количество черных прямоугольников, периметр которых оканчивается на 19, делится на 50.

4. На стороне BC треугольника ABC отмечены точки D и E так, что $BD = DE$ и $AD = AC$. На отрезке AD отмечена точка X , а на отрезке AC — точка Y так, что $DX = AY$. Докажите, что $EX + DY \geq AB$.

5. Дано 17 восемнадцатизначных чисел a_1, a_2, \dots, a_{17} . Могло ли так случиться, что если у всех этих чисел вычеркнуть последнюю цифру, то их сумма будет равна $2a_1$, если предпоследнюю — то $2a_2, \dots$, если вторую — то $2a_{17}$?