

10 класс.

1. Витя Перестукин при опросах всегда неправильно считает проценты: он делит количество ответивших определенным образом на количество всех остальных. Например, при опросе «Как тебя зовут?», проведенном среди 7 Ань, 9 Оль, 8 Юль, Витя насчитал 50 % Юль.

Витя провёл в своей школе опрос: каким является треугольник со сторонами 3, 4, 5? По его подсчётам, по 5 % ответили «остроугольным», «тупоугольным» и «такого треугольника не бывает», 50 % — «прямоугольный», остальные $a\%$ — «смотря в какой геометрии». Чему равно a ?

2. Пусть $f(x) = 2x^2 + ax + b$ — квадратный трехчлен, причем число a не целое. Докажите, что ровно одно из уравнений $f(x) = f(\lceil x \rceil)$, $f(x) = f(\lfloor x \rfloor)$ имеет нецелый корень. (Через $\lfloor x \rfloor$ обозначается округление до ближайшего целого числа в меньшую сторону, а через $\lceil x \rceil$ — в большую. Например $\lceil 2,4 \rceil = 3$, $\lfloor 2,4 \rfloor = 2$.)

3. На полуокружности с диаметром AB выбраны точки C и D так, что хорды AD и BC пересекаются. Известно, что $BC = 1$, $AD = 2$. Докажите, что $\angle ABC > 2\angle BAD$.

4. Назовем число *антитреугольным*, если его можно записать в виде $\frac{2}{n(n+1)}$ для некоторого натурального n . Для какого количества чисел k ($1000 \leq k \leq 2000$) число 1 можно записать в виде суммы k антитреугольных чисел (не обязательно различных)?

5. В школе 505 учеников. Каждый ученик посещает ровно одну из восьми спортивных секций, ровно один из восьми научных кружков и ровно одну из восьми студий художественной самодеятельности. Два ученика дружат, если они посещают вместе *ровно два* разных занятия (а иначе не дружат). Докажите, что найдутся 64 ученика, никакие двое из которых не дружат.