САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИ ДА ШКОЛЬНИКОВ 2011 ГОДА ПО МАТЕМАТИКЕ
II ТУР. 8 КЛАСС.

---

1. На плоскос и проведено 102 прямых и отмечены все точки их пересечения. Может ли на како -нибудь окружности оказаться 105 отмеченных точек?

(*С. Берлов*)

2. На сторона AB, BC и CD выпуклого четырехугольника $ABCD$ отмечены точки K, L и M с ответственно, такие что $DM/MC = CL/LB = 2$ и $AK/KB = 5$. Оказалось, что A $\perp KL$ и $DC \perp LM$. Докажите, что $AC = BD$. (*С. Берлов*)

3. В школе пи али контрольную работу. Оказалось, что средний балл тех, кто получил 3 и 5, ме ьше, чем средний балл тех, кто получил 2 и 4. Докажите, что средний балл тех, то получил 4 или 5, менее чем на 2 балла превышает средний балл тех, кто полу ил 2 или 3. (*С. Берлов*)

4. Натуральные числа a, b, c таковы, что

$$a + c = 2011201120112011 \qquad \text{и} \qquad (5a - b)(c + b) = b^2 .$$

Докажите, что чис а a, b, c имеют общий делитель, больший 1. *Жюри*)

....

Олимп ада 2011 года. II тур. 8 класс. Выводная аудитория.

5. В некоторых клетках доски 100×100 расставлены фишки. Клетка называется хорошей, если ровно в двух соседних с ней по стороне клетках стоят фишки, причем эти две клетки гра ичат по углу. (В хорошей клетке фишка может стоять, а может и стоять.) Может и на доске быть ровно 2011 хороших клеток? (*С. Берлов*)

6. Дан треуг льник ABC, на стороне AC выбрана точка D. Известно, что $\angle ADB = 60°$, и B $= AC$. Докажите, что $AB + CD > BC$. (*А. Пастор*)

7. В строку без пробелов в порядке возрастания выписаны все натуральные числа от 1 до 100 002. окажите, что для любого двузначного простого числа p можно заменить нулями д е соседние цифры в выписанной строчке так, чтобы получилось число, делящееся а p. (*Жюри*)