САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ ОЛИМПИ ДА ШКОЛЬНИКОВ 2011 ГОДА ПО МАТЕМАТИКЕ
II тур. 7 класс.

1. В тетради н рисована квадратная сетка 9×9 клеток (сторона клетки равна 1). Требуется расстав ть стрелки на всех единичных отрезках этой сетки так, чтобы из каждого узла сетк выходило нечетное число стрелок. Объясните, как это можно сделать.

2. Федя перем ожил все натуральные числа от 1 до 2011, вычел 1 из произведения и результат за исал на длинной полоске бумаги. Какое наименьшее количество цифр в этом числе надо заменить нулями, чтобы оно стало делиться на 13?

3. На острове живут племя рыцарей и племя лжецов (рыцари всегда говорят правду, а лжецы вс гда лгут). Каждый житель имеет на острове ровно 100 знакомых. Однажды каждый итель острова произнес фразу: *Знакомых соплеменников у меня больше, чем знако ых людей из другого племени*. Докажите, что рыцарей на острове больше, чем лжецов. (*С. Берлов*)

4. Натурально число, большее единицы, заменяют на сумму его минимального п остого елит ля и максимального п остого елителя нап име из числа 15 получится 3+5=8, з числа 17 получится число 17+17=34, а из числа 25 получится число 5+5=10). До ажите, что после нескольких таких операций получится квадрат натурального числ .

....

Олимп ада 2011 года. II тур. 7 класс. Выводная аудитория.

5. На доске написано $***\cdot***\cdot***\cdot***$. Оля с Сергеем играют в такую игру: Оля называет ненулеву цифру, а Сергей ставит ее вместо одной из звёздочек. Сергей хочет, чтобы посл 12 пар ходов произведение четырех полученных трехзначных чисел делилось на . Сможет ли он этого добиться? (*О. Иванова*)

6. В двух сос дних вершинах правильного 777-угольника стоят фишки. Если фишки стоят в ве шинах A и B, то их разрешается одновременно переставить в вершины C и D, ес и треугольники ABC и ABD равнобедренные. Можно ли такими операциями добит ся того, чтобы фишки стояли в двух вершинах через одну?

7. Внутри тре гольника даны точки A, B, C и D. Докажите, что на сторонах треугольника найд тся такая точка K, что $KA+KB\geq KC+KD$. (*С. Берлов*)