

# ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП. ВТОРОЙ ТУР. ЗАДАЧИ. РЕШЕБНИК.

11 класс

Время выполнения 180 минут.

Всего за задачи 100 баллов

## КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Решение каждой задачи должно быть выполнено максимально подробно, поскольку итоговая оценка учитывает то, какой процент приведенного решения является верным. Верным должно признаваться любое корректное решение приведенной задачи, независимо от того, насколько оно совпадает с авторским. Более подробные и полные решения оцениваются большим количеством баллов. Если жюри приходит к выводу, что задача скорее решена, чем не решена, то оценка должна быть больше половины от максимально возможной, в противном случае — меньше. Рекомендуются присваивать баллы за каждый шаг в решении задачи.

Арифметические ошибки не должны приводить к существенному сокращению баллов, поскольку на олимпиаде, в первую очередь, проверяется не умение хорошо считать, а умение нестандартно мыслить. При наличии ошибки нужно найти ее и снизить балл исходя из степени ее существенности.

**Задача 1 (20 баллов) «Монополия максимизирует прибыль»**

GoldStar является единственной компанией по производству витамина Антивирус-Х, рекомендованного вирусологами для повышения иммунитета в период пандемии коронавируса. GoldStar заказала маркетинговое исследование рынка, в результате которого, маркетологи определили, что спрос на продукцию фирмы-монополиста описывается уравнением:  $Q_d = 52 - 2P$ . По данным экономического отдела компании, зависимость общих издержек от объема производства имеет вид:  $TC = 8,5Q^2 - 10Q$  ( $P$  – цена, ден. ед.,  $Q$  – количество, тыс. ед.).

1) Определите максимизирующий прибыль объем производства и размер прибыли компании GoldStar.

2) Как будет вести себя фирма в долгосрочном периоде?

3) Как и на сколько денежных единиц изменится прибыль монополиста после введения потоварного налога в размере 30% от рыночной цены?

**Решение:**

1) Рассчитаем прибыль монополиста до введения налога. Монополия максимизирует прибыль при равенстве предельного дохода и предельных издержек:  $MC = MR$ .

Обратная функция спроса:  $P = 26 - 1/2Q$ .

$TR = PQ = (26 - 1/2Q) \times Q = 26Q - 1/2Q^2$ .

Функция предельного дохода – производная функции совокупного дохода по  $Q$ .  $MR = TR' = 26 - Q$ .

Функция предельных издержек – производная функции общих издержек по  $Q$ .

$MC = TC' = 17Q - 10$ . Тогда:  $26 - Q = 17Q - 10$ , т.е.  $18Q = 36$ . Отсюда  $Q = 2$  тыс.

ед.

При  $Q = 2$  тыс. ед. GoldStar назначает цену  $P = 26 - 1/2 \times 2 = 25$  ден. ед.

Прибыль  $Pr_1 = TR - TC = 25 \times 2 - 8,5 \times 4 + 10 \times 2 = 36$  тыс. ден. ед. **(6 баллов)**.

2) Фирма-монополист получает прибыль как в краткосрочном, так и в долгосрочном периоде. Отсюда следует, что в долгосрочном периоде фирма остается в отрасли **(2 балла)**.

3) Прибыль монополиста после введения налога можно рассчитать разными способами.

Общая сумма налоговых выплат составит:  $T = 0,3(26 - 1/2Q)Q = 7,8Q - 0,15Q^2$ .

На эту сумму можно увеличить издержки монополиста, либо сократить его доход **(2 балла)**.

*вариант 1:* налог увеличивает совокупные издержки монополиста:

$TC_2 = 8,5Q^2 - 10Q + 7,8Q - 0,15Q^2 = 8,35Q^2 - 2,2Q$

Прибыль монополиста:

$Pr_2 = TR_1 - TC_2 = 26Q - 1/2Q^2 - 8,35Q^2 + 2,2Q = 28,2Q - 8,85Q^2$

Это квадратичная функция, ее график – парабола, ветви которой направлены вниз, поэтому функция имеет единственный экстремум и этот экстремум является ее максимумом. Для его нахождения  $Pr' = MR - MC = 0$  либо  $MR = MC$

$MC_2 = 16,7Q - 2,2$ , функция предельного дохода остается прежней.

$MC_2 = MR_1$ , то есть  $16,7Q_2 - 2,2 = 26 - Q_2$ ,  $17,7Q_2 = 28,2$ ,  $Q_2 = 1,6$  тыс. ед.

GoldStar назначает цену  $P_2 = 26 - 1/2 \times 1,6 = 25,2$  ден. ед.

$TR_2 = 40,32$  тыс. ден. ед.;  $TC_2 = 17,856$  тыс. ден. ед.;

$Pr_2 = 40,32 - 17,856 = 22,464$  тыс. ден. ед. **(8 баллов)**.



вариант 2 налог сокращает совокупный доход монополиста:

$$TR_2 = 26Q - 1/2Q^2 - 7,8Q + 0,15Q^2 = 18,2Q - 0,35Q^2$$

$$Pr_2 = TR_2 - TC_1 = 18,2Q - 0,35Q^2 - 8,5Q^2 + 10Q = 28,2Q - 8,8Q^2$$

Это квадратичная функция, ее график – парабола, ветви которой направлены вниз, поэтому функция имеет единственный экстремум и этот экстремум является ее максимумом. Для его нахождения  $Pr' = MR - MC = 0$  либо  $MR = MC$

$$MR_2 = 18,2 - 0,7Q$$

Функция предельных издержек остается прежней.

$$MC_1 = MR_2, \text{ то есть } 17Q_2 - 10 = 18,2 - 0,7Q_2, 17,7Q_2 = 28,2, Q_2 = 1,6 \text{ тыс. ед.}$$

$$\text{GoldStar назначает цену } P_2 = 26 - 1/2 \cdot 1,6 = 25,2 \text{ ден. ед.}$$

$$TR_2 = 28,224 \text{ тыс. ден. ед.; } TC_2 = 5,76 \text{ тыс. ден. ед.};$$

$$Pr_2 = 28,224 - 5,76 = 22,464 \text{ тыс. ден. ед.}$$

Тогда изменение прибыли составит  $(Pr_2 - Pr_1) = 22,464 - 36 = -13,536$  тыс. ден. ед. (2 балла).

Ответ: 1)  $Q = 2$  тыс. ед.;  $Pr_1 = 36$  тыс. ден. ед.;

2) фирма остается в отрасли;

3) прибыль снизится на 13, 536 тыс. ден. ед.

### Задача 2 (20 баллов) «Монетарная политика и реальные доходы банка»

Правительство и Центральный банк Апельсиновой Республики проводят комплекс мероприятий по поддержанию эффективного спроса и занятости в экономике, снижая негативные последствия эпидемии Бета-вируса. В экономике государства скорость обращения денег в 2021 году составила 4. В результате введения новых банковских технологий скорость обращения денег в следующем году увеличится на 50%. Денежную массу предполагается увеличить на 20%, и она составит 900 млрд. долларов. Рост объемов национального производства ожидается на уровне 35%. Аналитики экспертного бюро коммерческого банка «АпельсинВалютТранзитБанк» при разработке кредитной и депозитной политики банка внимательно отслеживают и изучают политику Правительства и Центрального банка страны и ее возможные последствия.

1) Каковы будут ставки по кредитам в коммерческом банке «АпельсинВалютТранзитБанк», если банк хотел бы реально получать не менее 20% годовых?

2) Под какую процентную ставку «АпельсинВалютТранзитБанк» будет привлекать депозитные вклады клиентов, если политика банка предусматривает получение банковской маржи не менее 40%?

**Решение:**

1) Используя уравнение Фишера:

$$M_0V_0 = P_0Y_0 \quad M_1V_1 = P_1Y_1$$

Следовательно,

$$\frac{M_1}{M_0} \cdot \frac{V_1}{V_0} = \frac{P_1}{P_0} \cdot \frac{Y_1}{Y_0} \quad \text{По условию: } 1,2 \cdot 1,5 = \frac{P_1}{P_0} \cdot 1,35, \frac{P_1}{P_0} = \frac{1,2 \cdot 1,5}{1,35} = 1,3333$$

(6 баллов – за составление соотношений по уравнению Фишера и расчет).

Соответственно, уровень цен в Апельсиновой Республике увеличится на 33,33% (2 балла).



16.01.2022г.

В случае ожидаемой инфляции получатель дохода может принять меры, чтобы предотвратить или уменьшить негативные последствия инфляции, которые в противном случае отразятся на величине его реального дохода. Корректировка номинальных доходов может быть осуществлена с учетом уравнения Фишера:  $i = r + \pi$ ,

где  $i$  – номинальная ставка процента;  
 $r$  – реальная ставка процента;  
 $\pi$  – уровень ожидаемой инфляции.

При темпах инфляции, превышающих 10%, уравнение Фишера имеет вид:

$$r = (i - \pi) / (1 + \pi).$$

Найдем  $i$ .

$$i = r(1 + \pi) + \pi = 20(1 + 0,3333) + 33,33 = 59,99\%, \text{ или } 60\% \text{ (8 баллов).}$$

2) Банковская маржа – разница между ставками кредитного и депозитного процента.

Процентная ставка по депозитам клиентов = Процентная ставка по выданным кредитам – Процент банковской маржи =  $60 - 40 = 20\%$  (4 балла).

Ответ: 1) 60%;

2) 20%.

### Задача 3 (20 баллов) «Богатства Раздольного»

На острове Раздольном, богатом природными ресурсами и полезными ископаемыми, живут три племени с общей численность 200 человек. Племена живут в мире и согласии друг с другом. В юго-восточной части острова – Зоркие, в западной части – Ловкие, центральная часть острова принадлежит Умелым. Самая большая часть богатств острова и всей добычи, 40%, принадлежит племени Зорких, численностью 40 человек. Хотя их мало, но они пользуются авторитетом на острове, решают жизненно важные вопросы и дают всем племенам мудрые советы. Остальная часть богатств делится в пропорции 3 к 2 между Умелыми и Ловкими.

Определите, какова численность племен Ловких и Умелых, если коэффициент Джини равен 0,2.

Решение:

1. Составим таблицу «населения» острова и доходов:

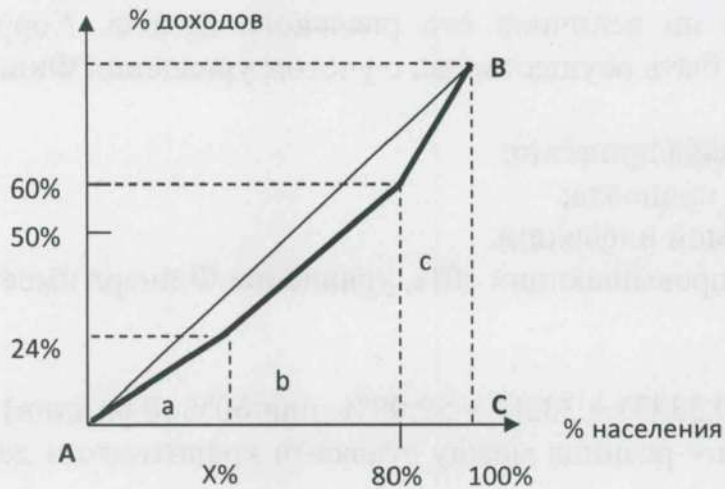
Племена острова по возрастанию доходов	Доля «населения»	Доля доходов группы
1-ое беднейшие (Ловкие)	X%	$(60\%/5) \times 2 = 24\%$
2-ое средний доход (Умелые)	$100\% - 20\% - X\% = 80 - X\%$	$(60\%/5) \times 3 = 36\%$
3-е наиболее обеспеченные (Зоркие)	$(40/200) \times 100\% = 20\%$	40%

2. Кумулятивная таблица:

Племена острова по возрастанию доходов	Доля «населения»	Доля доходов группы
1-ое беднейшие (Ловкие)	X%	24%
1-ое+2-ое (Ловкие + Умелые)	80%	60%
1-ое+2-ое+3-е (Ловкие + Умелые + Зоркие)	100%	100%



3. Соответствующая кривая Лоренца выглядит следующим образом:



**Расчет данных и построение кривой Лоренца 10 баллов.**

$K_{дж} = [S_{\Delta ABC} - (S_{\Delta a} + S_{\text{трапеции } b} + S_{\text{трапеции } c})] / S_{\Delta ABC}$  = если длину отрезка в 100% взять за 1, то:

$$\{1 \times 1/2 - [0,24X/2 + (0,24+0,6)(0,8-X)/2 + (0,6+1)0,2/2]\} / 1 \times 1/2 = \text{сократив числитель и знаменатель дроби на } 2 =$$

$$= 1 - 0,24X - 0,672 + 0,84X - 0,32 = 0,008 + 0,6X = \text{по условию } 0,2; \text{ Отсюда } X=0,32 \text{ или } 32\%.$$

$200 \times 0,32 = 64$  человека – численность племени Ловких.

$200 - 64 - 40 = 96$  человек – численность племени Умелых (10 баллов).

**Примечание:** если все расчеты верны, но кривая Лоренца не построена в чистовике задачи, то, так как в условии задачи явно не задано построение графика кривой Лоренца, оценивать решение, сняв с оценки только 2 балла.

**Ответ: 64 человека – племя Ловких, 96 человек – племя Умелых.**

**Задача 4 (20 баллов) «Инвестиционная политика компании»**

Компания «КАТРЕН» начала инвестировать средства в производство фармацевтической продукции в 2016 году, имея капитал в размере 5000 долларов. Каждый год, начиная с 2017 года, она получала прибыль, которая составляла 200% от капитала предыдущего года. А компания «ГОЛИАФ» начала инвестировать средства в розничную торговлю автомобильными запчастями в 2018 году, имея капитал в размере 10 000 долларов, и, начиная с 2019 года, ежегодно получала прибыль, составляющую 400% от капитала предыдущего года.

На сколько долларов капитал одной из компаний будет больше капитала другой к концу 2021 года, если прибыль из оборота не изымалась?

**Решение:**

Каждый год прибыль компании «КАТРЕН» составляла 200% от капитала предыдущего года, значит, капитал каждый год составлял 300% от капитала предыдущего года. В конце 2021 года на счете компании «КАТРЕН» будет сумма  $5000 \times 3^{2021-2016} = 5000 \times 3^5 = 5000 \times 243 = 1215000$  долларов (8 баллов).

Каждый год прибыль компании «ГОЛИАФ» составляла 400% от капитала предыдущего года, значит, капитал каждый год составлял 500% от капитала



16.01.2022г.

предыдущего года. В конце 2021 года на счёте компании «ГОЛИАФ» была сумма  $10\,000 \times 5^{2021-2018} = 10\,000 \times 5^3 = 10\,000 \times 125 = 1\,250\,000$  (8 баллов).

Таким образом, капитал компании «ГОЛИАФ» будет на 35 000 долларов больше ( $1\,250\,000 - 1\,215\,000 = 35\,000$ ) (2 балла).

**Ответ: 35 000 долларов.**

**Задача 5 (20 баллов) «Бабушкин сундучок»**

А) В преддверии Нового года, при выборе и оформлении подарков, особым спросом у жителей города Соловьевск пользуются редкие антикварные изделия и сувениры. Антикварная лавка «Бабушкин сундучок», купив малахитовую шкатулку ручной работы и фарфоровую статуэтку «Рождественская ёлочка» за 22500 рублей, продала их, получив 40% прибыли.

За какую цену были куплены шкатулка и статуэтка, если при продаже шкатулки было получено 25% прибыли, а статуэтки – 50%?

Б) Специалисты антикварной лавки «Бабушкин сундучок» выясняют, как изменится объем спроса на фарфоровые статуэтки, при одновременном увеличении доходов постоянных клиентов на 30% и повышении цен на данный тип товаров на 10%, если известны следующие показатели эластичности спроса: эластичность спроса по ценам (ЭСЦ) =  $E(P) = -2,2$ ; эластичность спроса по доходу (ЭСД) =  $E(I) = 1,3$ .

**Решение:**

А) Пусть,  $X$  – цена приобретения шкатулки (затраты на приобретение).

$Y$  – цена приобретения фарфоровой статуэтки (затраты на приобретение).

$$X + Y = 22500 \quad (1)$$

Норма прибыли = Прибыль/Затраты (цена приобретения)

Из условия задачи, 25% от цены шкатулки ( $0,25X$ ) и 50% от цены статуэтки ( $0,5Y$ ) составили вместе общие 40% прибыли ( $0,4 \times 22500$ ). Получаем второе уравнение:  $0,25X + 0,5Y = 9000$  (2)

Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} X + Y = 22500 \\ 0,25X + 0,5Y = 9000 \end{cases}$$

Из первого уравнения:  $X = 22500 - Y$

$$0,25(22500 - Y) + 0,5Y = 9000$$

$$5625 - 0,25Y + 0,5Y = 9000$$

$$0,25Y = 3375$$

$Y = 13500$  - цена приобретения фарфоровой статуэтки (10 баллов – за составление и решение системы уравнений).

$X = 22500 - 13500 = 9000$  рублей - цена приобретения шкатулки (2 балла).

Б) ЭСЦ = % изменения объема спроса / % изменения цены товара

% изменения объема спроса = ЭСЦ  $\times$  % изменения цены товара

ЭСД = % изменения объема спроса / % изменения доходов покупателей

% изменения объема спроса = ЭСД  $\times$  % изменения доходов покупателей

При одновременном изменении цены товара и дохода покупателей:

% изменения объема спроса = ЭСЦ  $\times$  % изменения цены товара + ЭСД  $\times$  % изменения доходов покупателей =  $-2,2 \times (+10\%) + 1,3 \times (+30\%) = -22\% + 39\% = +17\%$ .

Таким образом, в результате увеличения цены спрос снизится на 22%, в

Олимпиада школьников по экономике в рамках 29 международного экономического  
фестиваля школьников «Сибиряда. Шаг в мечту»  
16.01.2022г.

результате повышения доходов клиентов спрос увеличится на 39%. Влияние обоих факторов приведет к увеличению спроса на фарфоровые статуэтки на 17% (8 баллов – за применение формул и обоснование вывода).

Ответ: А) 9000 рублей - цена приобретения шкатулки; 13500 - цена приобретения фарфоровой статуэтки;

Б) Спрос на фарфоровые статуэтки увеличится на 17%.

Председатель оргкомитета,  
начальник управления



Е.Ю. Плетнёва