

ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП. ВТОРОЙ ТУР. ЗАДАЧИ. РЕШЕБНИК.

10 класс.

Время выполнения 180 минут.

Всего за задачи 100 баллов

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Решение каждой задачи должно быть выполнено максимально подробно, поскольку итоговая оценка учитывает то, какой процент приведенного решения является верным. Верным должно признаваться любое корректное решение приведенной задачи, независимо от того, насколько оно совпадает с авторским. Более подробные и полные решения оцениваются большим количеством баллов. Если жюри приходит к выводу, что задача скорее решена, чем не решена, то оценка должна быть больше половины от максимально возможной, в противном случае — меньше. Рекомендуется присваивать баллы за каждый шаг в решении задачи.

Арифметические ошибки не должны приводить к существенному сокращению баллов, поскольку на олимпиаде, в первую очередь, проверяется не умение хорошо считать, а умение нестандартно мыслить. При наличии ошибки нужно найти ее и снизить балл исходя из степени ее существенности.

Задача 1 (20 баллов) «Бабушкин сундучок»

А) В преддверии Нового года, при выборе и оформлении подарков, особым спросом у жителей города Соловьевск пользуются редкие антикварные изделия и сувениры. Антикварная лавка «Бабушкин сундучок», купив малахитовую шкатулку

ручной работы и фарфоровую статуэтку «Рождественская ёлочка» за 22500 рублей, продала их, получив 40% прибыли.

За какую цену были куплены шкатулка и статуэтка, если при продаже шкатулки было получено 25% прибыли, а статуэтки – 50%?

Б) Специалисты антикварной лавки «Бабушкин сундучок» выясняют, как изменится объем спроса на фарфоровые статуэтки, при одновременном увеличении доходов постоянных клиентов на 30% и повышении цен на данный тип товаров на 10%, если известны следующие показатели эластичности спроса: эластичность спроса по ценам (ЭСЦ) = $E(P) = -2,2$; эластичность спроса по доходу (ЭСД) = $E(I) = 1,3$.

Решение:

А) Пусть, X – цена приобретения шкатулки (затраты на приобретение).

Y – цена приобретения фарфоровой статуэтки (затраты на приобретение).

$$X + Y = 22500 \quad (1)$$

Норма прибыли = Прибыль/Затраты (цена приобретения)

Из условия задачи, 25% от цены шкатулки ($0,25X$) и 50% от цены статуэтки ($0,5Y$) составили вместе общие 40% прибыли ($0,4 \times 22500$). Получаем второе уравнение: $0,25X + 0,5Y = 9000$ (2)

Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} X + Y = 22500 \\ 0,25X + 0,5Y = 9000 \end{cases}$$

Из первого уравнения: $X = 22500 - Y$; $0,25(22500 - Y) + 0,5Y = 9000$

$$5625 - 0,25Y + 0,5Y = 9000, 0,25Y = 3375$$

$Y = 13500$ - цена приобретения фарфоровой статуэтки (**10 баллов – за составление и решение системы уравнений**).

$X = 22500 - 13500 = 9000$ рублей - цена приобретения шкатулки (**2 балла**).

Б) ЭСЦ = % изменения объема спроса / % изменения цены товара

% изменения объема спроса = ЭСЦ \times % изменения цены товара

ЭСД = % изменения объема спроса / % изменения доходов покупателей

% изменения объема спроса = ЭСД \times % изменения доходов покупателей

При одновременном изменении цены товара и дохода покупателей:

% изменения объема спроса = ЭСЦ \times % изменения цены товара + ЭСД \times % изменения доходов покупателей = $-2,2 \times (+10\%) + 1,3 \times (+30\%) = -22\% + 39\% = +17\%$.

Таким образом, в результате увеличения цены спрос снизится на 22%, в результате повышения доходов клиентов спрос увеличится на 39%. Влияние обоих факторов приведет к увеличению спроса на фарфоровые статуэтки на 17% (**8 баллов – за применение формул и обоснование вывода**).

Ответ: А) 9000 рублей - цена приобретения шкатулки; 13500 - цена приобретения фарфоровой статуэтки;

Б) Спрос на фарфоровые статуэтки увеличится на 17%.

Задача 2 (20 баллов) «Подготовка к новому учебному году»

В рамках подготовки к новому учебному году Экономический лицей закупает учебную, методическую и справочную литературу. Стоимость 70 экземпляров справочников по физике и 60 экземпляров справочников по химии составляла 23000 рублей. В действительности за все учебные пособия уплатили 19100 рублей, так как

была получена скидка при оплате: на справочники по физике – 15%, а на справочники по химии – 20%.

Администрация лицея приняла решение сэкономленные деньги направить на покупку комплектов оборудования для школьного кабинета химии в количестве 10 штук.

- 1) Определите фактическую цену каждого учебного пособия.
- 2) Хватит ли сэкономленных денег на покупку оборудования для кабинета химии, если химический завод города планирует купить ровно 100 комплектов. Рыночное предложение комплектов оборудования описывается функцией $Q_s = P - 300$, а спрос со стороны школ описывается функцией $Q_d = 1500 - 4P$ (Q – количество комплектов, шт., P – их цена, рублей).

Решение:

1) Пусть, X – первоначальная цена справочника по физике.

$0,85X$ – цена справочника по физике со скидкой.

Y – первоначальная цена справочника по химии.

$0,8Y$ – цена справочника по химии со скидкой.

Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} 70X + 60Y = 23000 \\ 59,5X + 48Y = 19100 \end{cases}$$

Из первого уравнения: $X = (2300 - 6Y)/7$; $59,5(2300 - 6Y)/7 + 48Y = 19100$

$$136850 - 357Y + 336Y = 133700; -21Y = -3150$$

$Y = 150$ рублей - первоначальная цена справочника по химии (**7 баллов – за составление и решение системы уравнений**).

$150 \times 0,8 = 120$ рублей - цена справочника по химии со скидкой (**1 балл**).

$X = (2300 - 6 \times 150)/7 = 200$ рублей - первоначальная цена справочника по физике (**1 балл**).

$200 \times 0,85 = 170$ рублей - цена справочника по физике со скидкой (**1 балл**).

2) $23000 - 19100 = 3900$ – сумма денег, сэкономленная при покупке справочной литературы (**1 балл**).

Общий спрос на комплекты оборудования, включающий как спрос со стороны химического завода, так и со стороны школ, описывается функцией $Q_d = 1500 - 4P + 100 = 1600 - 4P$ (**4 балла**).

Определим равновесную цену комплектов оборудования для кабинета химии: $P - 300 = 1600 - 4P$, $5P = 1900$, $P = 380$ рублей – стоимость одного комплекта (**3 балла**).

Тогда расходы на приобретение 10 комплектов составляют $10 \times 380 = 3800$ рублей (**1 балл**).

Следовательно, сэкономленных денег хватит для покупки 10 комплектов оборудования (**1 балл**).

Ответ: 1) 170 рублей – цена справочника по физике; 120 рублей – цена справочника по химии;

2) Экономленных денег хватит для покупки 10 комплектов оборудования.

Задача 3 (20 баллов) «Снежинки и Снеговички»

К празднованию нового года учащиеся 9И класса Экономического лицея хотят украсить школьный кабинет. Ребята решили разделить обязанности между одноклассниками, девочкам Диане, Софии, Арине и Марии нужно вырезать снежинки и снеговичков из бумаги. За отведенное время Диана может вырезать 15 снежинок или 10 снеговичков, София – 20 снежинок или 8 снеговичков, Арина – 18 снежинок или 9 снеговичков, Мария – 10 снежинок или 8 снеговичков.

1) Какое максимальное количество снежинок и снеговичков могут вырезать девочки?

2) Все девочки предпочитают вырезать снежинки, а не снеговичков, в какой очередности им следует приступать к вырезанию снеговичков?

3) Постройте общую КПВ одноклассниц, изобразив по вертикальной оси количество вырезаемых снежинок, а по горизонтальной оси количество вырезаемых снеговичков.

4) Староста класса, Дарина, составила дизайн-проект украшенного кабинета, и строго настроено наказала вырезать не менее 20 снеговичков. Какое максимальное количество снежинок смогут вырезать девочки, выполнив при этом наказ Дарины?

Решение:

3) Для удобства представим данные в виде таблицы.

Одноклассницы	Снежинки	Снеговички	Альтернативная стоимость 1 снеговичка (количество снежинок)
Диана	15	10	1,5
София	20	8	2,5
Арина	18	9	2
Мария	10	8	1,25
Итого:	63	35	

По данным таблицы видно,

1) Если все девочки будут вырезать снежинки, то максимально они сделают 63 снежинки (**1 балл**);

Если все девочки будут вырезать только снеговичков, то максимально они сделают 35 снеговичков (**1 балл**).

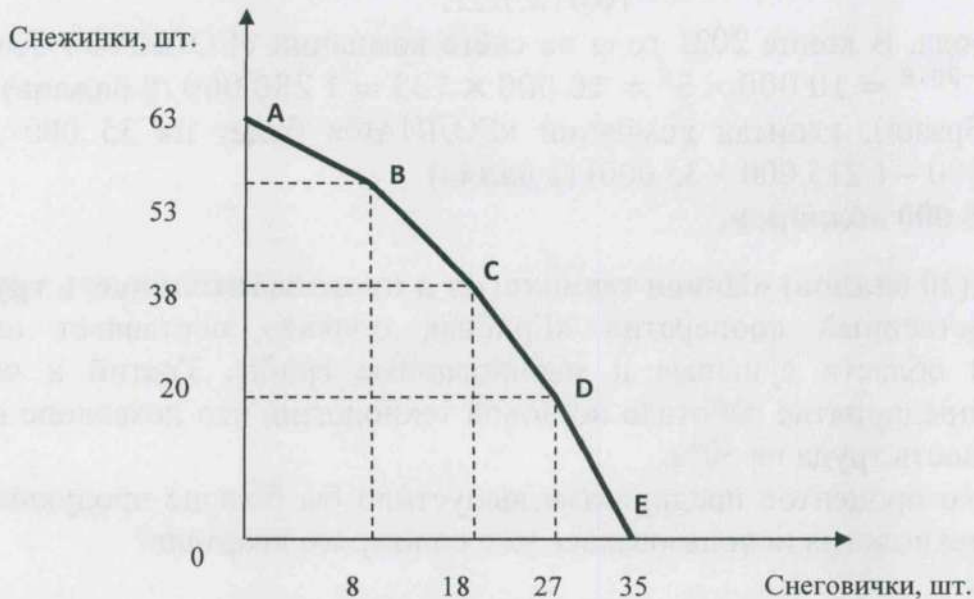
2) Наименьшее значение альтернативной стоимости вырезания снеговичков имеет Мария. При решении вырезать снеговичков вместо снежинок, именно она начнет вырезать снеговичков первой, затем к ней присоединится Диана, затем Арина и, в конце концов, София, т.к. она вырезает снеговичков с наибольшим значением альтернативной стоимости вырезания снеговичков.

(за расчет альтернативной стоимости для каждой одноклассницы и верный вывод по 2 балла, если решение отсутствует, но вывод верный 2 балла).

3) Построим КПВ одноклассниц. Для этого составим таблицу.

	A	B	C	D	E
Снежинки	63	53	38	20	0
Снеговички	0	8	18	27	35

Перенесем данные таблицы на график (**4 балла**).



4) Для того, чтобы выполнить наказ Дарины, Мария и Диана будут вырезать снеговичков все время и вырежут 18 снеговичков, 2 оставшихся снеговичка будет вырезать Арина, однако не все время, а только то, что требуется на вырезание двух снеговичков. В оставшееся время она могла бы вырезать еще 7 снеговичков или вырезать 14 снежинок, т.к. альтернативная стоимость 1 снеговичка для нее равна 2 снежинкам. По условию задачи требуется, чтобы девочки вырезали минимально 20 снеговичков, значит, Арина вырежет 14 снежинок, а София 20 снежинок. В оставшееся время, одноклассницы вырежут 34 снежинки (**6 баллов за верный ответ, подкрепленный выводом и/или расчетом**).

- Ответ: 1) 63 снежинки, 35 снеговичков;
2) Мария, Диана, Арина, София;
3) построение КПВ;
4) 34 снежинки.

Задача 4 (20 баллов) «Инвестиционная политика компании»

Компания «КАТРЕН» начала инвестировать средства в производство фармацевтической продукции в 2016 году, имея капитал в размере 5000 долларов. Каждый год, начиная с 2017 года, она получала прибыль, которая составляла 200% от капитала предыдущего года. А компания «ГОЛИАФ» начала инвестировать средства в розничную торговлю автомобильными запчастями в 2018 году, имея капитал в размере 10 000 долларов, и, начиная с 2019 года, ежегодно получала прибыль, составляющую 400% от капитала предыдущего года.

На сколько долларов капитал одной из компаний будет больше капитала другой к концу 2021 года, если прибыль из оборота не изымалась?

Решение:

Каждый год прибыль компании «КАТРЕН» составляла 200% от капитала предыдущего года, значит, капитал каждый год составлял 300% от капитала предыдущего года. В конце 2021 года на счете компании «КАТРЕН» будет сумма $5000 \times 3^{2021-2016} = 5000 \times 3^5 = 5000 \times 243 = 1215000$ долларов (**8 баллов**).

Каждый год прибыль компании «ГОЛИАФ» составляла 400% от капитала предыдущего года, значит, капитал каждый год составлял 500% от капитала

Олимпиада школьников по экономике в рамках 29 международного экономического фестиваля школьников «Сибиряда. Шаг в мечту»
16.01.2022г.

предыдущего года. В конце 2021 года на счёте компании «ГОЛИАФ» была сумма $10\,000 \times 5^{2021-2018} = 10\,000 \times 5^3 = 10\,000 \times 125 = 1\,250\,000$ (8 баллов).

Таким образом, капитал компании «ГОЛИАФ» будет на 35 000 долларов больше ($1\,250\,000 - 1\,215\,000 = 35\,000$) (2 балла).

Ответ: 35 000 долларов.

Задача 5 (20 баллов) «Новая технология и производительность труда»

Производственный кооператив «Грибная поляна» поставляет на рынок Новосибирской области сушеные и маринованные грибы. Третий и четвертый кварталы года предприятие работало по новой технологии, что позволило повысить производительность труда на 50%.

На сколько процентов предприятие выпустило бы больше продукции за год, если бы новая технология использовалась уже со второго квартала?

Решение:

Производительность труда – это количество произведенной продукции в единицу времени.

Производительность труда = Объем производства/Затраты времени

Объем производства = Производительность труда x Затраты времени

Пусть до введения новой технологии производительность была 1 (единица).

Тогда, после введения новой технологии производительность стала = 1,5 (3 балла).

1 квартал = 0,25 года; 2 квартала = 0,5 года; 3 квартала = 0,75 года (2 балла).

$0,5 \times 1 + 0,5 \times 1,5 = 1,25 = 125\%$ продукции – выпустило предприятие за год, используя новую технологию полгода (в 3 и 4 квартале) (5 баллов).

$0,25 \times 1 + 0,75 \times 1,5 = 1,375 = 137,5\%$ продукции – выпустило бы предприятие за год, если бы использовали новую технологию 0,75 года (во 2, 3 и 4 кварталах) (5 баллов).

$137,5 - 125 = 12,5\%$. На 12,5% продукции больше выпустило бы предприятие, если бы новая технология использовалась уже со второго квартала (5 баллов).

Ответ: на 12,5% продукции больше