

ОТБОРОЧНЫЙ ТУР. ЗАДАЧИ. РЕШЕБНИК.

10 класс. Вариант 1

Время выполнения 180 минут.

Всего за задачи 100 баллов

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Решение каждой задачи должно быть выполнено максимально подробно, поскольку итоговая оценка учитывает то, какой процент приведенного решения является верным. Верным должно признаваться любое корректное решение приведенной задачи, независимо от того, насколько оно совпадает с авторским. Более подробные и полные решения оцениваются большим количеством баллов. Если жюри приходит к выводу, что задача скорее решена, чем не решена, то оценка должна быть больше половины от максимально возможной, в противном случае - меньше. Рекомендуется присваивать баллы за каждый шаг в решении задачи.

Арифметические ошибки не должны приводить к существенному сокращению баллов, поскольку на олимпиаде, в первую очередь, проверяется не умение хорошо считать, а умение нестандартно мыслить. При наличии ошибки нужно найти ее и снизить балл исходя из степени ее существенности.

Задача 1. (20 баллов) «Пазлы»

Мама купила пазлы. Арина и Кирилл, посмотрев картинку, решили, что вдвоём они соберут её за 9 часов. Так как у Арины домашних обязанностей и школьных заданий меньше, чем у Кирилла, она начала собирать пазлы одна. Когда Арина уже выполнила $\frac{2}{3}$ работы, её позвала мама помогать готовить ужин, а Кирилл закончил уроки и принялся за картину. В этот день закончить работу не удалось. Картину по разным причинам пришлось заканчивать Кириллу. В результате на сборку ушло 28 часов.

Сколько часов ушло бы у Арины и Кирилла по отдельности, если производительность у Арины больше, чем у Кирилла?

Решение. Пусть за x часов Арина может собрать картину, а Кирилл - за y часов. Тогда $\frac{9}{x} + \frac{9}{y} = 1$. Учитывая части выполненной работы Ариной и Кириллом, получим: $\frac{2x}{3} + \frac{y}{3} = 28$ получим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} 9y + 9x = xy, \\ 2x + y = 84. \end{cases}$$

Из второго уравнения $y = 84 - 2x$, подставим в первое и получим:

$9(84-2x)+9x=x(84-2x), \Rightarrow 9x+756-18x=84x-2x^2, \Rightarrow 2x^2-93x+756=0,$ Решив квадратное уравнение, получим: $D=2601, x_1=36, x_2=10,5.$

Тогда $y_1=12, y_2=63.$

(за составление и решение системы уравнений 14 баллов).

Так как производительность Арины выше производительности Кирилла, то времени у Арины ушло бы меньше, чем у Кирилла **(6 баллов за правильный вывод).**

Ответ: Арина соберет за 10,5 часов, а Кирилл за 63 часа.

Задача 2 (20 баллов) "Бизнес-центр"

К менеджеру по недвижимости бизнес - центра "Успех" Алексею обратилась фирма VMESTE с предложением арендовать офисные площади в количестве 780 м. кв. по установленной на основе рыночных данных цене 750 руб. за 1 м. кв. в месяц, сроком на 1 год. При этом потенциальные арендаторы предложили следующую схему оплаты: разовый платеж в сумме 45 000 руб., затем, в конце 3-го, 4-го и 5-го месяцев платежи в размере 585 000 руб., в начале 6-го, 7-го и 8-го месяцев – 580 000 руб. и в конце 12-го месяца – внесение последнего платежа в сумме 2 400 000 руб. Стоит ли Алексею принимать предложение организации, если на рынке аренды офисной недвижимости одним из условий типичного платежа является ежемесячное внесение арендной платы в конце каждого месяца, а ставка дисконтирования установлена в размере 10%.

Дисконтирование денежных потоков - это приведение стоимости потоков платежей, выполненных в разные моменты времени, к стоимости на текущий момент времени.

В общем виде текущую стоимость любого финансового актива можно представить равенством:

$$P = \sum_{t=1}^n \frac{FV_t}{(1+i)^t}$$

где FV_t – ожидаемые поступления в момент времени t (число периодов от даты оценки), i – ставка дисконтирования, n – временной горизонт.

Решение:

Менеджер стоит в данном случае перед выбором: либо согласиться на условия потенциальных арендаторов, либо сдать в аренду офисные площади с ежемесячным внесением арендной платы в конце каждого месяца.

$780 \times 750 = 585\,000$ арендная плата за месяц **(2 балла).**

Для того чтобы оценить поток будущих доходов, сложить друг с другом элементы денежного потока нельзя, поскольку деньги имеют различную ценность в различные моменты времени.

Для сравнения и выбора лучшего из вариантов необходимо привести оба потока платежей к одному моменту времени, провести процедуру дисконтирования.

Дисконтирование денежных потоков - это приведение стоимости потоков платежей, выполненных в разные моменты времени, к стоимости на текущий момент времени.

В общем виде текущую стоимость любого финансового актива можно представить равенством:

$$P = \sum_{t=1}^n \frac{FV_t}{(1+i)^t}$$

где

FV_t – ожидаемые поступления в момент времени t (число периодов от даты оценки), i – ставка дисконтирования, n – временной горизонт.

Определим сумму приведённых платежей по предложенной схеме потенциальными арендаторами на начало первого периода. Одним из условий типичного платежа

является ежемесячное внесение арендной платы в конце каждого месяца. Значит, разовый платёж в сумме 45000 будет осуществлён в конце первого месяца и далее по схеме:

$$P = \frac{45\,000}{(1+0,1)^1} + \frac{585\,000}{(1+0,1)^3} + \frac{585\,000}{(1+0,1)^4} + \frac{585\,000}{(1+0,1)^5} + \frac{580\,000}{(1+0,1)^5} + \frac{580\,000}{(1+0,1)^6} + \frac{580\,000}{(1+0,1)^7} + \frac{2\,400\,000}{(1+0,1)^{12}} = 2\,993\,105,01$$

(8 баллов за правильный расчет суммы приведенных платежей по схеме арендаторов).

Найдём современную стоимость регулярного финансового потока (срочных аннуитетов PVA), то есть сумму всех платежей типичной схемы, дисконтированных на начало периода первого платежа.

$$P = \sum_{t=1}^{12} \frac{585\,000}{(1+0,1)^t} = \frac{585\,000}{(1+0,1)^1} + \frac{585\,000}{(1+0,1)^2} + \frac{585\,000}{(1+0,1)^3} + \dots + \frac{585\,000}{(1+0,1)^{11}} + \frac{585\,000}{(1+0,1)^{12}} = 3\,986\,009,72$$

(8 баллов за правильный расчет суммы приведенных платежей по традиционной схеме).

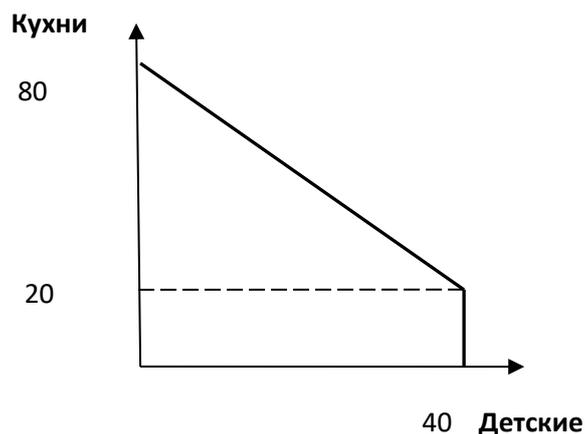
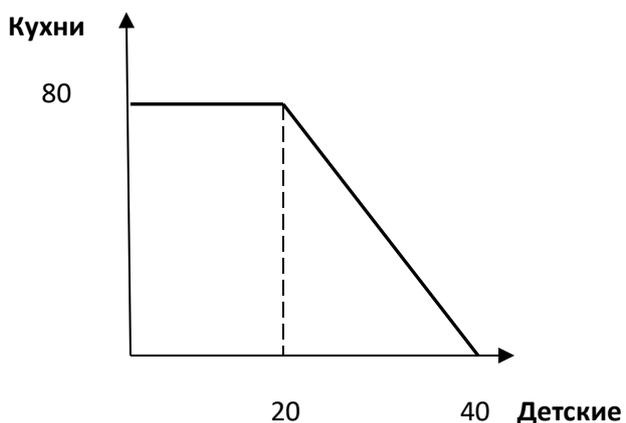
Таким образом, предложенная арендаторами схема для бизнес-центра не выгодна **(2 балла за правильный вывод и ответ).**

Ответ: не стоит.

Задача 3. (20 баллов) «Бизнес- план и КПВ»

На уроках по технопредпринимательству в Экономическом лицее ученики Василий и Савелий решили применить на практике теорию производственного выбора и модель кривой производственных возможностей (КПВ). В проектной части курса Василий и его друг Савелий собираются защищать бизнес-план по открытию столярной мастерской и производству мебели: кухонных гарнитуров и детских уголков. Если фирма будет производить только кухонные гарнитуры, то сможет произвести 80 гарнитуров в год, а если только детские уголки, то 40 комплектов. Друзья построили два варианта кривой производственных возможностей будущей фирмы (КПВ).

1) Найдите правильный вариант КПВ, если Василий уверен, что альтернативную стоимость производства ребятам рассчитали верно, или предложите свой вариант. Ответ обоснуйте.

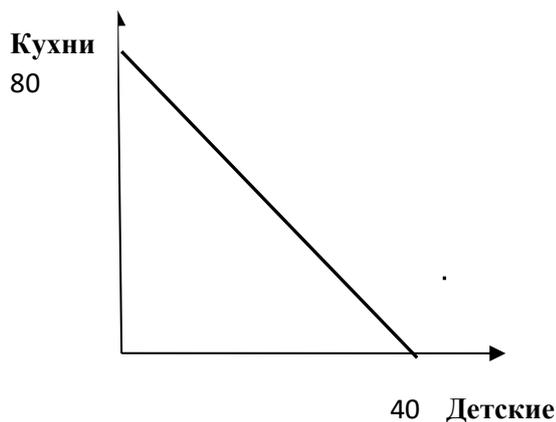


2) Финансовое обеспечение реализации проекта требует вложения в производство 1 млн. рублей. На производство одного кухонного гарнитура расходы составляют 20 тыс. рублей, а на производство детского уголка 10 тыс. рублей. Постройте новую КПВ фирмы.

3) Центр предпринимательских инициатив Новосибирской области заинтересовался проектом учеников после его презентации на конкурсе молодых предпринимателей и предложил заключить выгодный контракт на производство 26 кухонных гарнитуров в год. На какое максимальное количество детских уголков в год ребята смогут заключить дополнительный контракт?

Решение:

1) Среди приведенных КПВ нет верной (2 балла за вывод).



1) Приведенные учениками варианты КПВ показывают технологические ограничения возможностей производства одного из наборов мебели (сезон, отсутствие сырья и т.д.), когда альтернативная стоимость (АС) производства одного из товаров равна 0. Т.е. когда можно произвести некоторое количество одного товара без сокращения возможностей производства другого. При производстве мебели таких ограничений не возникает.

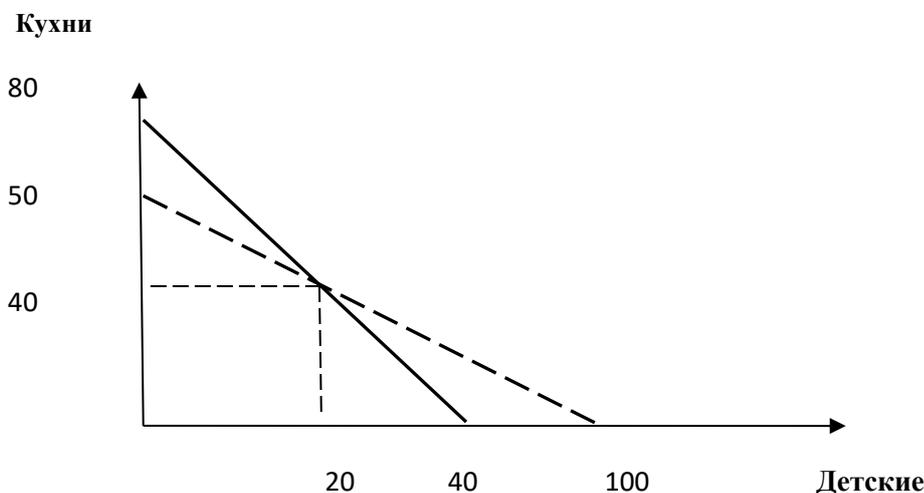
Альтернативная стоимость производства дополнительного кухонного гарнитура равна $АС = 40/80 = 0,5$ детского уголка, и она постоянна (3 балла за построение верной КПВ и 2 балла за расчет альтернативной стоимости).

2) Запишем бюджетное ограничение. Доход = $P_k \cdot Q_k + P_d \cdot Q_d$; $1000 = 20 \cdot Q_k + 10 \cdot Q_d$. Добавим график бюджетного ограничения на выбранную модель КПВ (3 балла за уравнение и построение бюджетной линии).

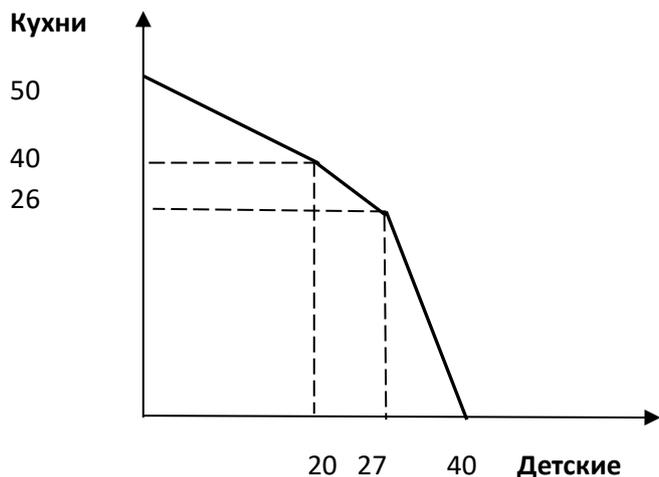
Найдем координаты точек излома новой КПВ:

а) функция убывающей КПВ имеет вид: $Q_k = 80 - 2Q_d$. Найдем точку пересечения КПВ и бюджетного ограничения: $80 - 2Q_d = 50 - 0,5Q_d$, отсюда, $Q_d = 20$, $Q_k = 40$

б) выберем участки, принадлежащие новой КПВ. Максимальное количество кухонных гарнитуров теперь только 50 штук, т.к. бюджетное ограничение не позволит производить 80 штук (5 баллов).



Новая КПВ имеет вид: (5 баллов).



Найдем, какое количество детских уголков может произвести фирма, если заключит договор на производство 26 кухонных гарнитуров. Это значение принадлежит участку КПВ, описанному функцией $Q_k = 80 - 2Q_d$, отсюда

$26 = 80 - 2Q_d$, $Q_d = 27$ детских уголков.

Задача 4. (20 баллов) «Чудеса острова Чудесного»

На острове Чудесном предложение новогодних елок описывается функцией $Q_s = 20P + 2400$. Совет острова решил 31 декабря поддержать продавцов елок и выделил субсидию 100 еловиков на каждое проданное дерево (еловик – валюта острова). Спрос на новогодние ели представлен функцией $Q_d = 12000 - 20P$.

Другой альтернативой использования бюджетных средств острова рассматривался вопрос проведения праздничного фейерверка. Однако, на основании проведенных расчетов совета по экономическим вопросам Чудесного, Совет острова отклонил данное предложение, ссылаясь на дефицит бюджета.

1. Определите равновесную цену и количество проданных новогодних елей до введения субсидии.
2. Как изменился объем продаж праздничных елей после введения субсидии?
3. В какую сумму обошлась бюджету острова благотворительная деятельность?
4. Обоснован ли был отказ от проведения праздничного фейерверка, если фирма-организатор запросила за его проведение 1200000 еловиков?

Решение:

1. До введения субсидии равновесие на рынке новогодних елей установилось на уровне:
 $12000 - 20P = 20P + 2400$
 $P = 240$ еловиков
 $Q = 7200$ елей **(4 балла)**.
 2. При введении правительственной дотации (субсидии) покупатель будет платить меньше, чем получит продавец на величину субсидии:
 $P_{\text{продавца}} = P_{\text{покупателя}} + \text{Субсидия}$
 $P_{\text{продавца}} = P_{\text{покупателя}} + 100$
 $12000 - 20P_{\text{покупателя}} = 20(P_{\text{покупателя}} + 100) + 2400$
 $P_{\text{покупателя}} = 190$ еловиков
 $Q = 12000 - 20 \times 190 = 8200$ елей.
 Объем продаж увеличился на 1000 елей ($8200 - 7200$) **(10 баллов)**.
 3. Субсидирование продажи праздничных елей обошлось бюджету острова Чудесный в 820000 еловиков (8200×100) **(2 балла)**.
 4. Субсидирование продажи праздничных елей обошлось бюджету острова Чудесный на 380000 ($1200000 - 820000$) еловиков дешевле. Отказ от проведения фейерверка обоснован в условиях бюджетного дефицита **(4 балла за расчет и обоснование)**.
- Ответ:** 1. $P = 240$ еловиков, $Q = 7200$ елей. 2. увеличился на 1000 елей.
3. 820000 еловиков. 4. Отказ обоснован.

Задача 5. (20 баллов) «Собственное производство»

В магазине «Продсиб» продаются булочки собственного производства со следующими видами начинки: ягодная, творожная и маковая. В таблице приведены данные по себестоимости, отпускной цене и производственной мощности магазина по каждому виду продукции.

Булочки с начинкой	Себестоимость за 1 тонну, тыс. руб.	Отпускная цена за 1 тонну, тыс. руб.	Производственная мощность, тонн в месяц
ягода	70	100	90
творог	100	135	75
мак	80	110	80

Для выполнения условий ассортиментности, продукции каждого вида должно быть выпущено не менее 15 тонн. Предполагая, что вся продукция магазина реализуется без остатка, найдите максимально возможную прибыль, которую может получить магазин от производства булочек за 1 месяц.

Решение:

Расчет прибыли на тонну булочек, рентабельности производства и альтернативной стоимости:

Булочки с начинкой	Прибыль на одну тонну, тыс. руб.	Рентабельность производства, %	Альтернативная стоимость
ягода	$100-70=30$	$30/70 \times 100=42,86$	-
творог	$135-100=35$	$35/100 \times 100=35,00$	$90/75=1,2$
мак	$110-80=30$	$30/80 \times 100=37,5$	$90/80=1,125$

По данным расчетов видно, что наиболее выгодно производить булочки с ягодной начинкой (максимальная рентабельность). Для выполнения условия ассортиментной политики магазина «Продсиб», булочек с творожной и маковой начинкой необходимо производить по 15 тонн.

Для обоснования объема производства булочек с ягодной начинкой дополнительно рассчитаем альтернативную стоимость производства булочек с творожной начинкой и с маком.

Альтернативная стоимость производства одной тонны булочек с творожной начинкой равна 1,2 тонны булочек с ягодной начинкой ($90/75=1,2$).

Альтернативная стоимость производства одной тонны булочек с маком равна 1,125 тонны булочек с ягодной начинкой ($90/80=1,125$).

(За правильный расчет прибыли 3 балла, рентабельности производства – 3 балла и альтернативной стоимости – 6 баллов).

Тогда, объем производства булочек с ягодной начинкой = $90 - 15 \cdot 1,2 - 15 \cdot 1,125 = 90 - 18 - 16,875 = 55,125$ тонны.

Прибыль магазина «Продсиб» от продажи булочек составит:

$$15 \cdot 35 + 15 \cdot 30 + 55,125 \cdot 30 = 525 + 450 + 1653,75 = 2628,75 \text{ тыс. руб.}$$

(За правильные расчеты и обоснование получения прибыли - 8 баллов).

Ответ: 2628,75 тыс. рублей

ОТБОРОЧНЫЙ ТУР. ЗАДАЧИ. РЕШЕБНИК.

10 класс. Вариант 2

Время выполнения 180 минут.

Всего за задачи 100 баллов

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Решение каждой задачи должно быть выполнено максимально подробно, поскольку итоговая оценка учитывает то, какой процент приведенного решения является верным. Верным должно признаваться любое корректное решение приведенной задачи, независимо от того, насколько оно совпадает с авторским. Более подробные и полные решения оцениваются большим количеством баллов. Если жюри приходит к выводу, что задача скорее решена, чем не решена, то оценка должна быть больше половины от максимально возможной, в противном случае - меньше. Рекомендуется присваивать баллы за каждый шаг в решении задачи.

Арифметические ошибки не должны приводить к существенному сокращению баллов, поскольку на олимпиаде, в первую очередь, проверяется не умение хорошо считать, а умение нестандартно мыслить. При наличии ошибки нужно найти ее и снизить балл исходя из степени ее существенности.

Задача 1. (20 баллов) «Успешный бизнес»

Чтобы организовать собственную торговую фирму, г-жа Загравская М.А. оставила работу менеджера с окладом 25 000 руб./мес. Половину необходимых складских помещений она арендует за 300 000 руб. в год, а в качестве недостающих площадей приспособила часть своего дома. Покупка оборудования со сроком службы в 5 лет обошлась ей в 500 000 руб. Годовой фонд заработной платы на ее фирме – 1 200 000 руб. Для организации дела она использует 2 000 000 руб. собственных сбережений, а недостающие для создания товарных запасов 4 500 000 руб. берет в кредит под 20%. Процент по вкладам - 10% годовых. Годовая выручка – 7 800 000 руб.

1. Какова ее экономическая прибыль за год?
2. Какое решение она примет о продолжении бизнеса (продолжить или завершить его)?

Решение:

2) Экономическая прибыль (П) = Общая выручка (TR) - Общие издержки (ТС)
где ТС = ТС_б + ТС_н (бухгалтерские издержки + неявные издержки)

Бухгалтерские издержки:

ТС_б = 300 (аренда) + 500/5 (амортизация) + 1200(ЗП) + 4500x0,2 (процент по кредиту) + 4500 (товары) = 7000 тыс. руб. **(5 баллов, по 1 баллу за каждую статью затрат).**

Все ее сбережения израсходованы для организации дела:

300 (аренда) + 500 (оборудование) + 1200 (ЗП) = 2000 тыс. руб.

Неявные издержки – издержки упущенных возможностей, неполученный доход:

ТС_н = 25x12 (ее ЗП) + 300 (аренда ее дома) + 2000x0,1 (процент по депозитам) = 800 тыс. руб. **(6 баллов, по 2 балла за каждую статью затрат).**

ТС = 7000 + 800 = 7800 тыс. руб. **(2 балла).**

Экономическая прибыль = 7800 - 7800 = 0. **(2 балла).**

2) Она компенсирует все свои экономические издержки, значит, будет продолжать бизнес **(за правильный вывод 5 баллов).**

Ответ: 1) Экономическая прибыль = 0;

2) Решение предпринимателя - продолжить бизнес.

Задача 2. (20 баллов) "Бизнес-центр"

К менеджеру по недвижимости бизнес - центра "Успех" Алексею обратилась фирма VMESTE с предложением арендовать офисные площади в количестве 780 м. кв. по установленной на основе рыночных данных цене 750 руб. за 1 м. кв. в месяц, сроком на 1 год. При этом потенциальные арендаторы предложили следующую схему оплаты: разовый платеж в сумме 45 000 руб., затем, в конце 3-го, 4-го и 5-го месяцев платежи в размере 585 000 руб., в начале 6-го, 7-го и 8-го месяцев – 580 000 руб. и в конце 12-го месяца – внесение последнего платежа в сумме 2 400 000 руб. Стоит ли Алексею принимать предложение организации, если на рынке аренды офисной недвижимости одним из условий типичного платежа является ежемесячное внесение арендной платы в конце каждого месяца, а ставка дисконтирования установлена в размере 10%.

Дисконтирование денежных потоков — это приведение стоимости потоков платежей, выполненных в разные моменты времени, к стоимости на текущий момент времени.

В общем виде текущую стоимость любого финансового актива можно представить равенством:

$$P = \sum_{t=1}^n \frac{FV_t}{(1+i)^t}$$

где FV_t – ожидаемые поступления в момент времени t (число периодов от даты оценки), i – ставка дисконтирования, n – временной горизонт.

Решение:

Менеджер стоит в данном случае перед выбором: либо согласиться на условия потенциальных арендаторов, либо сдать в аренду офисные площади с ежемесячным внесением арендной платы в конце каждого месяца.

$780 \times 750 = 585\,000$ арендная плата за месяц (2 балла).

Для того чтобы оценить поток будущих доходов, сложить друг с другом элементы денежного потока нельзя, поскольку деньги имеют различную ценность в различные моменты времени.

Для сравнения и выбора лучшего из вариантов необходимо привести оба потока платежей к одному моменту времени, провести процедуру дисконтирования. Дисконтирование денежных потоков - это приведение стоимости потоков платежей, выполненных в разные моменты времени, к стоимости на текущий момент времени.

В общем виде текущую стоимость любого финансового актива можно представить равенством:

$$P = \sum_{t=1}^n \frac{FV_t}{(1+i)^t}$$

где

FV_t – ожидаемые поступления в момент времени t (число периодов от даты оценки), i – ставка дисконтирования, n – временной горизонт.

Определим сумму приведённых платежей по предложенной схеме потенциальными арендаторами на начало первого периода. Одним из условий типичного платежа является ежемесячное внесение арендной платы в конце каждого месяца. Значит, разовый платёж в сумме 45000 будет осуществлён в конце первого месяца и далее по схеме:

$$P = \frac{45\,000}{(1+0,1)^1} + \frac{585\,000}{(1+0,1)^3} + \frac{585\,000}{(1+0,1)^4} + \frac{585\,000}{(1+0,1)^5} + \frac{580\,000}{(1+0,1)^5} \\ + \frac{580\,000}{(1+0,1)^6} + \frac{580\,000}{(1+0,1)^7} + \frac{2\,400\,000}{(1+0,1)^{12}} = 2\,993\,105,01$$

(8 баллов за правильный расчет суммы приведенных платежей по схеме арендаторов).

Найдём современную стоимость регулярного финансового потока (срочных аннуитетов PVA), то есть сумму всех платежей типичной схемы, дисконтированных на начало периода первого платежа.

$$P = \sum_{t=1}^{12} \frac{585\,000}{(1+0,1)^t} =$$
$$= \frac{585\,000}{(1+0,1)^1} + \frac{585\,000}{(1+0,1)^2} + \frac{585\,000}{(1+0,1)^3} + \dots + \frac{585\,000}{(1+0,1)^{11}}$$
$$+ \frac{585\,000}{(1+0,1)^{12}} = 3\,986\,009,72$$

(8 баллов за правильный расчет суммы приведенных платежей по традиционной схеме).

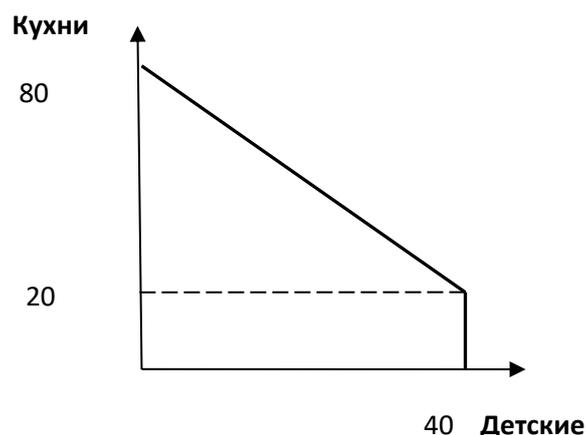
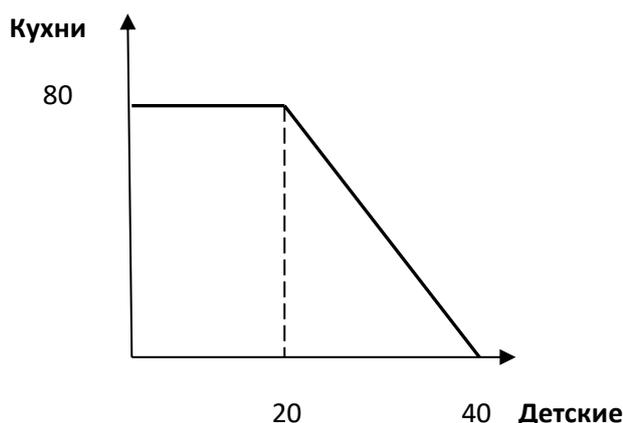
Таким образом, предложенная арендаторами схема для бизнес-центра не выгодна **(2 балла за правильный вывод и ответ).**

Ответ: не стоит.

Задача 3. (20 баллов) «Бизнес-план и КПВ»

На уроках по технопредпринимательству в Экономическом лицее ученики Василий и Савелий решили применить на практике теорию производственного выбора и модель кривой производственных возможностей (КПВ). В проектной части курса Василий и его друг Савелий собираются защищать бизнес-план по открытию столярной мастерской и производству мебели: кухонных гарнитуров и детских уголков. Если фирма будет производить только кухонные гарнитуры, то сможет произвести 80 гарнитуров в год, а если только детские уголки, то 40 комплектов. Друзья построили два варианта кривой производственных возможностей будущей фирмы (КПВ).

1) Найдите правильный вариант КПВ, если Василий уверен, что альтернативную стоимость производства ребятам рассчитали верно, или предложите свой вариант. Ответ обоснуйте.



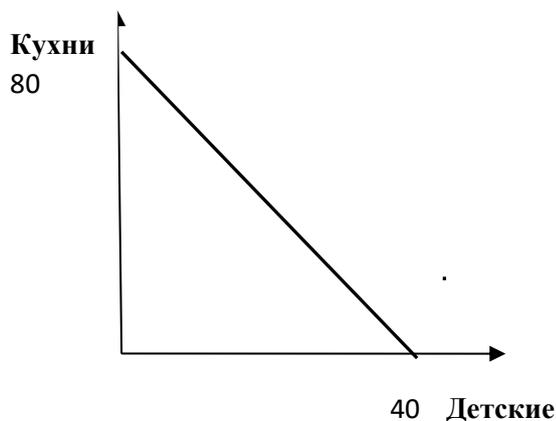
2) Финансовое обеспечение реализации проекта требует вложения в производство 1 млн. рублей. На производство одного кухонного гарнитура расходы составляют 20 тыс. рублей, а на производство детского уголка 10 тыс. рублей. Постройте новую КПВ фирмы.

3) Центр предпринимательских инициатив Новосибирской области заинтересовался проектом учеников после его презентации на конкурсе молодых предпринимателей и предложил заключить выгодный контракт на производство 26 кухонных гарнитуров в

год. На какое максимальное количество детских уголков в год ребята смогут заключить дополнительный контракт?

Решение:

1) Среди приведенных КПВ нет верной (2 балла за вывод).



1) Приведенные учениками варианты КПВ показывают технологические ограничения возможностей производства одного из наборов мебели (сезон, отсутствие сырья и т.д.), когда альтернативная стоимость (АС) производства одного из товаров равна 0. Т.е. когда можно произвести некоторое количество одного товара без сокращения возможностей производства другого. При производстве мебели таких ограничений не возникает.

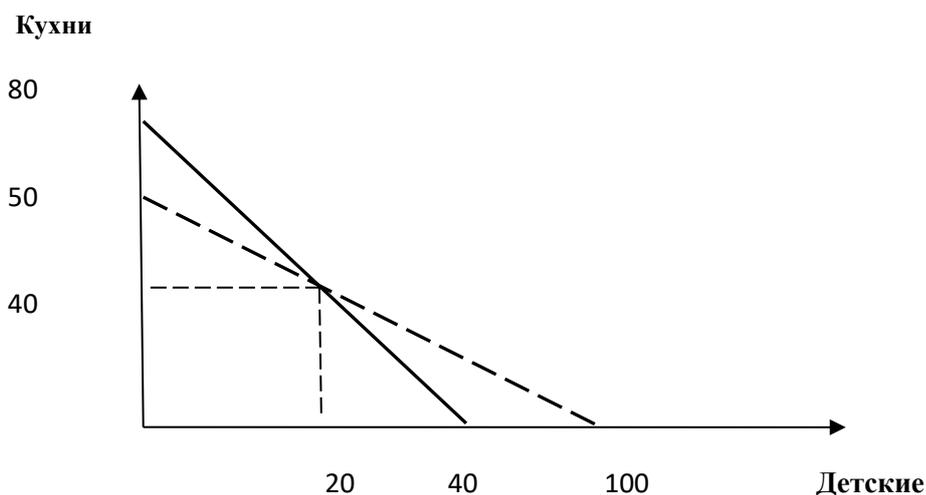
Альтернативная стоимость производства дополнительного кухонного гарнитура равна $АС = 40/80 = 0,5$ детского уголка, и она постоянна (3 балла за построение верной КПВ и 2 балла за расчет альтернативной стоимости).

2) Запишем бюджетное ограничение. Доход = $P_k \cdot Q_k + P_d \cdot Q_d$; $1000 = 20 \cdot Q_k + 10 \cdot Q_d$. Добавим график бюджетного ограничения на выбранную модель КПВ (3 балла за уравнение и построение бюджетной линии).

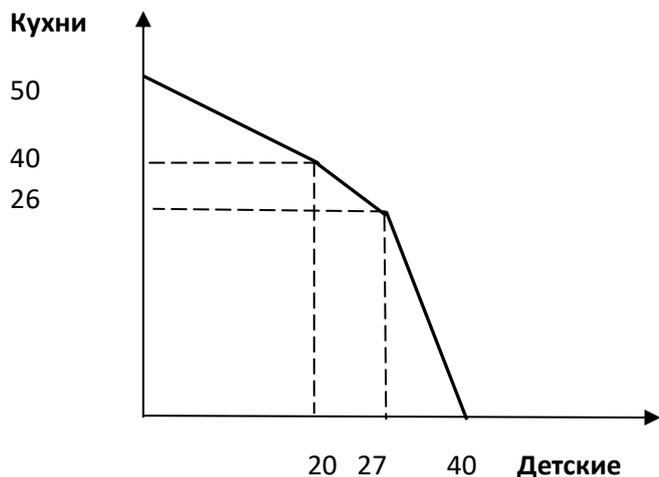
Найдем координаты точек излома новой КПВ:

а) функция убывающей КПВ имеет вид: $Q_k = 80 - 2Q_d$. Найдем точку пересечения КПВ и бюджетного ограничения: $80 - 2Q_d = 50 - 0,5Q_d$, отсюда $Q_d = 20$, $Q_k = 40$

б) выберем участки, принадлежащие новой КПВ. Максимальное количество кухонных гарнитуров теперь только 50 штук, т.к. бюджетное ограничение не позволит производить 80 штук (5 баллов).



Новая КПВ имеет вид: (5 баллов за правильное построение).



Найдем, какое количество детских уголков может произвести фирма, если заключит договор на производство 26 кухонных гарнитуров. Это значение принадлежит участку КПВ, описанному функцией $Q_k = 80 - 2Q_d$, отсюда

$$26 = 80 - 2Q_d, Q_d = 27 \text{ детских уголков.}$$

Задача 4. (20 баллов) «Налоговая реформа острова Чудесного»

На острове Чудесном предложение электронных сигарет описывается функцией $Q_s = 20P + 2400$. Совет острова объявил 2021 год годом здоровья и решил ввести налог на продажу электронных сигарет в размере 100 лео за единицу проданного товара (лео – валюта острова). Спрос на электронные сигареты представлен функцией $Q_d = 12000 - 20P$. Полученные от введения налога средства совет острова решил направить на строительство и оборудование школьных спортивных площадок в количестве 30 комплектов. Предложение спортивных площадок описывается функцией $Q_s = P - 2$, а спрос со стороны школ острова описывается функцией $Q_d = 73 - 4P$ (Q – количество комплектов спортивных площадок, P – их цена, тыс. лео).

1. Определите равновесную цену и количество проданных электронных сигарет до введения налога. 2. Как изменился объем продаж электронных сигарет после введения налога? 3. Какой доход получен в бюджет острова Чудесного в результате налоговой реформы? На какой доход, вероятно, рассчитывал совет острова?

4. Хватит ли полученных от введения налога денег на покупку школьных спортивных площадок?

Решение:

1. До введения налога равновесие на рынке электронных сигарет установилось на уровне:

$$12000 - 20P = 20P + 2400$$

$$P = 240 \text{ лео.}$$

$$Q = 7200 \text{ электронных сигарет (4 балла).}$$

2. Если государство введет налог, формулы спроса и предложения будут выглядеть так: $Q_d = 12000 - 20P$ покупателя; $Q_s = 20P$ продавца + 2400. При этом покупатель будет платить больше, чем получит продавец, на величину налога:

$$P \text{ покупателя} = P \text{ продавца} + \text{налог,}$$

$$P \text{ покупателя} = P \text{ продавца} + 100.$$

Выразим цену покупателя через цену продавца и получим следующее уравнение:

$$12000 - 20(P \text{ продавца} + 100) = 20P \text{ продавца} + 2400.$$

Из уравнения следует, что P продавца равна 190 лео, цена покупателя $190 + 100 = 290$ лео.

Равновесный объем продаж: $Q_s = 20P + 2400 = 20 \times 190 + 2400 = 6200$ электронных сигарет.

Объем продаж сократится на 1000 электронных сигарет (8 баллов).

3. Доход от введения налога на продажу электронных сигарет в бюджет острова Чудесный составил 620000 лео (6200×100).

Совет острова рассчитывал на получение дохода в сумме 720000 лео (**2 балла, по 1 баллу за каждый ответ**).

4. Общий спрос на комплекты спортивного оборудования, включающий как спрос со стороны частных школ, так и со стороны государства, описывается функцией $Q_d = 73 - 4P + 30 = 103 - 4P$.

Определим равновесную цену: $103 - 4P = P - 2$, $P_e = 21$ тыс. лео.

Тогда расходы на приобретение 30 комплектов составляют $21000 \times 30 = 630000$ лео (**4 балла**).

Следовательно, полученных от введения налога денег на покупку школьных спортивных площадок не хватит для покупки 30 комплектов. Из бюджета придется дополнительно выделить 10000 лео (**2 балла за вывод**).

Ответ:

- 1) $P = 240$ лео, $Q = 7200$ электронных сигарет.
- 2) Объем продаж сократится на 1000 электронных сигарет.
- 3) 620000 лео, 720000 лео.
- 4) Нет, не хватит.

Задача 5. (20 баллов) «Пазлы»

Мама купила пазлы. Арина и Кирилл, посмотрев картинку, решили, что вдвоём они соберут её за 9 часов. Так как у Арины домашних обязанностей и школьных заданий меньше, чем у Кирилла, она начала собирать пазлы одна. Когда Арина уже выполнила $2/3$ работы, её позвала мама помогать готовить ужин, а Кирилл закончил уроки и принялся за картину. В этот день закончить работу не удалось. Картину по разным причинам пришлось заканчивать Кириллу. В результате на сборку ушло 28 часов. Сколько часов ушло бы у Арины и Кирилла по отдельности, если производительность у Арины больше, чем у Кирилла?

Решение. Пусть за x часов Арина может собрать картину, а Кирилл - за y часов. Тогда $9/x + 9/y = 1$. Учитывая части выполненной работы Ариной и Кириллом, получим: $2x/3 + y/3 = 28$ получим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} 9y + 9x = xy, \\ 2x + y = 84. \end{cases}$$

Из второго уравнения $y = 84 - 2x$, подставим в первое и получим:
 $9(84 - 2x) + 9x = x(84 - 2x), \Rightarrow 9x + 756 - 18x = 84x - 2x^2, \Rightarrow 2x^2 - 93x + 756 = 0$, Решив квадратное уравнение, получим: $D = 2601$, $x_1 = 36$, $x_2 = 10,5$.

Тогда $y_1 = 12$, $y_2 = 63$.

(за составление и решение системы уравнений 14 баллов).

Так как производительность Арины выше производительности Кирилла, то времени у Арины ушло бы меньше, чем у Кирилла (**6 баллов за правильный вывод**).

Ответ: Арина соберет пазлы за 10,5 часов, а Кирилл за 63 часа.