

ОЧНЫЙ ОТБОРОЧНЫЙ ТУР. ЗАДАЧИ С РЕШЕНИЯМИ
для учащихся 8 классов

Время выполнения 180 минут.

Всего за задачи 100 баллов

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Решение каждой задачи должно быть выполнено максимально подробно, поскольку итоговая оценка учитывает то, какой процент приведенного решения является верным. Верным должно признаваться любое корректное решение приведенной задачи, независимо от того, насколько оно совпадает с авторским. Более подробные и полные решения оцениваются большим количеством баллов. Если жюри приходит к выводу, что задача скорее решена, чем не решена, то оценка должна быть больше половины от максимально возможной, в противном случае — меньше. Рекомендуется присваивать баллы за каждый шаг в решении задачи.

Арифметические ошибки не должны приводить к существенному сокращению баллов, поскольку на олимпиаде, в первую очередь, проверяется не умение хорошо считать, а умение нестандартно мыслить. При наличии ошибки нужно найти ее и снизить балл исходя из степени ее существенности.

Задача 1 «Ночлег в городе Сен-Жермен» (20 баллов)

Однажды ночью во времена Фронды французский король Людовик XIV сбежал из Парижа вместе со свитой в город Сен-Жермен. Побег был тайным, так что в Сен-Жермене такое количество гостей не ждали, а потому в замке, где остановился король со свитой, было всего три кровати. Д'Артаньян и Портос, организовавшие побег короля, придумали блестящее решение данной проблемы: не обязательно спать на голом полу, гораздо комфортнее устроить импровизированную постель из пары-тройки связок соломы! А на неудовлетворенной потребности можно и хорошо заработать. Рассудив так, д'Артаньян и Портос отправились на поиски продавцов соломы. В округе их оказалось трое: один фермер продал им 80 связок, второй в 2,75 раза больше, а третий 0,614 от количества связок, купленных у первых двух.

А) Сколько связок соломы купили д'Артаньян и Портос? (Округляйте до целых) **(8 баллов)**.

Б) 4 связки соломы д'Артаньян спрятал про запас. Остальное свите короля должен был продавать слуга Портоса Мушкетон, причем по цене не ниже, чем луидор за связку. Вельможи нашли, что это немного дорого; но, когда очень хочется спать, кто не заплатит двух-трех луидоров за несколько часов крепкого сна? Мушкетон продал первые 70% связок по 1 луидору за связку, а оставшиеся связки по цене 2 луидора штука. Каждому из фермеров д'Артаньян и Портос заплатили по 3 луидора за весь объем, который был ими куплен у этих фермеров. Д'Артаньян потратил на покупку соломы в 2 раза больше, чем Портос. Мушкетон потратил только свое время, но, поскольку это и так входило в его обязанности, он не мог рассчитывать на то, что ему за это заплатят. Поэтому он припрятал для себя 25% от выручки, а остальное отдал д'Артаньяну и Портосу, которые, как и ожидалось, поровну поделили вырученные деньги между собой. Сколько луидоров составит в итоге прибыль каждого из героев истории по отдельности (д'Артаньяна, Портоса и Мушкетона)? **(12 баллов)**

Решение:

А) Второй фермер продал $80 \cdot 2,75 = 220$ связок **(2балла)**, первый и второй вместе продали $80 + 220 = 300$ связок **(2балла)**, третий продал $0,614 \cdot 300 = 184,2 = 184$ связки **(2балла)**. Итого было куплено $300 + 184 = 484$ связки соломы **(2балла)**.

Б) Для продажи осталось $484-4=480$ связок соломы. $70\%*480=336$ связка по луидору = 336 луидор, оставшиеся $480-336=144$ связки по 2 луидора = 288 луидоров. Итого выручка составила 624 луидоров. **(4 балла)**

Всего д'Артаньян и Портос потратили 3 луидора*3фермера=9 луидоров, из них $2/3$ расходов = $2/3*9=6$ луидоров потратил д'Артаньян, 3 луидора потратил Портос. У Мушкетона расходов не было. **(4 балла)**

Выручка была распределена следующим образом: Мушкетон получил 25% от $624=156$ луидоров, д'Артаньян и Портос вместе $624-156=468$ луидоров, т.е. по 234 луидора каждому. Следовательно, прибыль Мушкетона равна (выручка минус издержки) = $156-0=156$ луидоров, прибыль д'Артаньяна = $234 - 6 = 228$ луидоров, прибыль Портоса = $234 - 3 = 231$ луидор. **(4 балла)**

Ответ: А) мушкетеры купили 484 связки соломы Б) прибыль Мушкетона составила 156 луидоров, прибыль д'Артаньяна - 228 луидоров, прибыль Портоса - 231 луидор.

Задача 2 «Как заработать на продаже соломы» (20 баллов)

Владелец постоянного двора в город Сен-Жермен, заметил, что в случае, если гостям города не хватает места для ночлега, они используют импровизированную постель из связки соломы. Он решил самостоятельно изготавливать и продавать эти связки.

Известно, что в свежескошенном виде еще не высушенная связка состоит на 20% из пшеницы, на 65% из ржи, а оставшаяся часть из тритикале (гибрид пшеницы и ржи). Весит свежескошенная связка 5 кг.

А) Какое количество травы каждого вида должен накосить владелец постоянного двора, для изготовления 50 связок соломы. **(8 баллов)**

Б) Какое количество воды в % содержит сухая связка соломы, если в свежескошенной пшенице содержание воды равно 70% от ее общего веса, рожь содержит 30% воды, а тритикале 75%, каждая связка сухой соломы весит 3 кг. **(12 баллов).**

Решение:

А) Общий вес свежескошенной связки равен 5 кг, следовательно, в ней $0,2*5=1$ кг пшеницы, $0,65*5=3,25$ кг ржи и $(1-0,65-0,2)*5=0,15*5=0,75$ кг тритикале. **(4 балла)** Для изготовления 50 связок соломы ему необходимо накосить $1\text{кг}*50=50$ кг пшеницы, $3,25\text{кг} * 50=162,5$ кг ржи и $0,75\text{кг}*50=37,5$ кг тритикале. **(4 балла).**

Б) Вес полностью сухой части тогда составит $0,3*1=0,3$ кг пшеницы, $0,7*3,25=2,275$ кг ржи и $0,25*0,75=0,1875$ кг тритикале. **(6 баллов)** Всего вес сухой части равен = $0,3+2,275+0,1875=2,7625$ кг. Тогда масса воды в связке соломы равна $3-2,7625=0,2375$ кг, что составляет $0,2375/3 \approx 7,9\%$ воды. **(6 баллов)**

Ответ: Для изготовления 50 связок соломы владельцу постоянного двора необходимо накосить 50 кг пшеницы, 162,5 кг ржи и 37,5 кг тритикале. В одной связке соломы содержится 7,9% воды.

Задача 3 «Три мушкетера и покупка экипировки» (20 баллов)

Д'Артаньян и три мушкетера считали оставшиеся деньги перед возвращением в Париж: —Теперь давайте сочтем, сколько у нас всего. Портос?

— Тридцать экю.

— Арамис?

— Десять пистолей.

— У вас, Д'Артаньян?

— Двадцать пять пистолей.

— Сколько это всего? — спросил Атос.

— Четыреста семьдесят пять ливров! — сказал Д'Артаньян, считавший, как Архимед.

А) Правильно ли посчитал общую сумму Д'Артаньян, если известно, что 10 эю и 1 пистоль в сумме дают 800 су, 1 пистоль равен $10/3$ эю, а пол ливра можно было обменять на 10 су? Изменится ли ответ, если 1 пистоль равен $11/3$ эю, а соотношения между ливром и су, а также между эю и ливром **останутся прежними**? Обоснуйте свой ответ алгебраически. **(10 баллов)**

Б) После возвращения в Париж мушкетеры узнали, что им необходимо купить экипировку для военного похода в Ла-Рошель. Посчитайте, сколько всего им необходимо денег в ливрах, если известно, что Атосу для покупки экипировки необходимо 200 пистолей, Д'Артаньяну 1000 ливров, расходы Портоса и Арамиса одинаковы, причем расходы каждого в два раза меньше, чем необходимо Атосу и Д'Артаньяну вместе (1 пистоль равен $10/3$ эю) **(5 баллов)**.

В) В поисках источников необходимых на экипировку денег, мушкетеры посчитали, что после возвращения в Париж у них осталось 400 ливров и четыре лошади для слуг, каждая из которых стоит 80 пистолей. Лошадей мушкетеры решили разыграть в кости в игорном доме. Удача частично была на их стороне, так что им удалось вернуть 25% от стоимости всех лошадей (которых они проиграли). У Атоса к тому же есть кольцо с сапфиром, которое он согласен заложить ростовщику ради общего дела. Ростовщик готов выдать под залог кольца 300 пистолей, либо купить его за цену на 70% больше, чем сумма денег, выданная под залог. Придется ли мушкетерам продавать кольцо Атоса, чтобы набрать необходимую сумму на покупку экипировки? (1 пистоль по-прежнему равен $10/3$ эю). **(5 баллов)**

Решение:

А) Обозначим ливр за Л, пистоль за П, су за С и эю за Э. Тогда можно составить систему уравнений:

$$\begin{cases} 10Э + 1П = 800С \\ П = \frac{10}{3}Э \\ 0,5Л = 10С \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10Э + \frac{10}{3}Э = 800С \\ П = \frac{10}{3}Э \\ 1С = 0,05Л \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{40}{3}Э = 800С \\ П = \frac{10}{3}Э \\ 1С = 0,05Л \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Э = \frac{800 * 3}{40}С = 60С \\ П = \frac{10}{3}Э \\ 1С = 0,05Л \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Э = 60 * 0,05Л = 3Л \\ П = \frac{10}{3}Э = \frac{10}{3} * 3Л = 10Л \\ 1С = 0,05Л \end{cases}$$

Тогда всего у мушкетеров в ливрах было: $30Э * 3Л + 10П * 10Л + 25П * 10Л = 440Л$ (ливров). Д'Артаньян ошибся.

Во втором случае: остаются соотношения из первого решения: 1 су равен 0,05 ливра, 1 эю равен 3 ливрам. Новое соотношение: 1 пистоль равен $11/3$ эю = $11/3 * 3$ ливра = 11 ливров. Следовательно, общая сумма: $30Э * 3Л + 10П * 11 + 25П * 11 = 475$ ливров, тогда Д'Артаньян был прав. (10 баллов)

Б) Соотношение денежных единиц берем из первого пункта (согласно указанию в скобках). Расходы Атоса составляют 200 пистолей * 10 ливров = 2000 ливров, суммарные расходы д'Артаньяна и Атоса составят $1000 + 2000 = 3000$ ливров, следовательно, расходы Портоса равны расходам Арамиса и составляют 1500 ливров. Итого на четверых необходимо 6000 ливров. (5 баллов)

В) Стоимость 1 лошади составляет 80 пистолей * 10 ливров = 800 ливров. Тогда стоимость 4 лошадей = $800 * 4 = 3200$ ливров. Значит, в кости мушкетеры выиграли $0,25 * 3200 = 800$ ливров (ученик может также ответить сразу, что 25% от стоимости всех лошадей это $1/4$, а так как лошадей было 4, то сумма выигрыша эквивалентна цене одной лошади). Итого набранная сумма денег на экипировку = 800 ливров + 400 оставшихся ливров = 1200 ливров. Необходимая сумма из пункта Б) равна 6000 ливров. Значит, все еще не хватает $6000 - 1200 = 4800$ ливров. Кольцо можно заложить за 300 пистолей * 10

ливров = 3000 ливров либо продать за 300 пистолей *1,7 = 510 пистолей=5100 ливров. Следовательно, для того, чтобы денег хватило, кольцо придется продать. (5 баллов).

Ответ: А) всего у мушкетеров было 440 ливров, Д'Артаньян ошибался. При новом соотношении пистолей и ливров д'Артаньян прав, итоговая сумма равна 475 ливров.

Б) на экипировку мушкетерам необходимо 6000 ливров

В) чтобы денег на экипировку было достаточно, необходимо продать кольцо Атоса

Задача 4. «Каша из топора» (20 баллов)

Старый Солдат, вернувшись с царской службы, решил открыть кафе «Каша из топора». Обустроить кафе он решил в старенькой избе, доставшейся ему в наследство. За долгие годы у царя на службе он скопил 630 гривенников.

За годовую аренду русской печи для приготовления каши он потратил 200 гривенников. Для работы он нанял повариху и работника с заработной платой 30 алтынов каждому ежемесячно. Да только повариха требует оплату за год вперед, а вот работник согласился на оплату из выручки.

Для приготовления каши ему необходимо закупить соль и крупу на 40 полтин, а так же дрова для печи на 12 рублей. По его расчетам за 1 год он сможет продать 4300 порций каши по цене 1 грош за порцию.

Солдат вел все расчеты в копейках, а система соотношения единых русских денег представлена на рисунке.



А) Хватит ли солдату накопленных денег, чтобы открыть кафе? (10 баллов)

Б) Смог ли солдат получить прибыль в первый год работы кафе? (10 баллов)

Решение:

А) 1) Сначала найдем соотношение всех денежных единиц в копейках 1 полтина=100/2 = 50 копеек, 1 гривенник=1/5 полтины =10 копеек, 5 грошей =1 гривенник, а значит 1 грош =2 копейки, 10 алтынов =30 копейкам, а 1 алтын =3 копейкам.

2) Рассчитаем затраты (С), которые связаны с открытием кафе:

$C_1 = 200*10$ (аренда печи) + $360*3$ (заработная плата поварихи) + $40*50$ (расходы на соль и крупу) + $12*100$ (расходы на дрова) = 6280 копеек **(6 баллов)**

3) Сбережения (S) солдата равны $630*10 = 6300$ копеек **(2 балла)**

г) $S(6300) > C_1(6280)$, т.о. солдату хватит денег, чтобы открыть кафе. **(2 балла)**

Б) 1) Рассчитаем выручку кафе: $TR=4300*2=8600$ копеек. **(2 балла)**

2) Найдем полные затраты солдата за год $C_2 = C_1 + 1080$ (зарплата работника, т.к. она будет выплачена из выручки в конце года): $C_2 = 6280 + 1080 = 7360$ копеек **(6 баллов)**

3) Определим прибыль за год $\Pi = TR - C_2 = 8600 - 7360 = 1240$ копеек. **(2 балла)**

Ответ: А) Да, сбережений хватит, чтобы открыть кафе. Б) Прибыль за год составит 1240 копеек

Задача 5 Страховка от засухи. (20 баллов)

На рынке Западной Сибири кукуруза стоит 250 рублей за центнер. Фермер подсчитал, что средняя урожайность кукурузы за последние 5 лет была равна 15 центнеров с гектара. Он решил в этом году засеять 150 гектаров земли. К сожалению, лето выдалось засушливым, и удалось собрать только 10 центнеров с гектара.

XXV Межрегиональный экономический фестиваль школьников «Сибиряда. Шаг в мечту»

а) Какие потери понес фермер, если цена кукурузы на рынке не изменилась?

б) Западносибирский регион является зоной рискованного земледелия, поэтому предусмотрительный фермер застраховал возможные потери. По условию договора страховая компания должна компенсировать 80% ущерба. Какое страховое возмещение получит фермер?

Решение.

а) $150 \cdot 10 = 1500$ центнеров собрал фермер. (3 балла)

$150 \cdot 15 = 2250$ центнеров планировал собрать фермер (3 балла)

$2250 - 1500 = 750$ центнеров недособрал фермер (3 балла)

$750 \cdot 250 = 187500$ рублей ущерб фермера (3 балла)

Возможен другой вариант решения (тогда за него полностью 12 баллов)

$(15 - 10) \cdot 250 \cdot 150 = 187500$ рублей ущерб фермера.

б) $187500 \cdot 0,8 = 150000$ рублей получит возмещение от страховой компании. (8 баллов)

Ответ: а) 187, 5 тыс. рублей – ущерб фермера, 150 тыс. рублей возмещение от страховой компании.