

**Олимпиада по экономике для учащихся 10-х классов.  
ОТБОРОЧНЫЙ ТУР. ЗАДАЧИ. РЕШЕБНИК.**

**18 января 2015 год.**

**Всего за задачи 100 баллов**

**Время выполнения 180 минут**

**КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ**

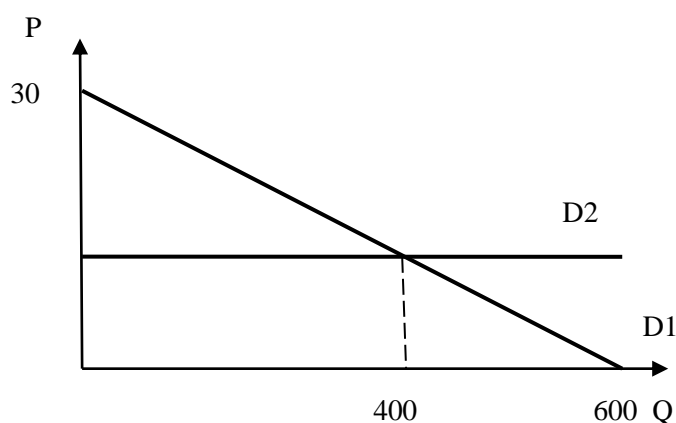
Решение каждой задачи должно быть выполнено максимально подробно, поскольку итоговая оценка учитывает то, какой процент приведенного решения является верным. Верным должно признаваться любое корректное решение приведенной задачи, независимо от того, насколько оно совпадает с авторским. Более подробные и полные решения оцениваются большим количеством баллов. Если жюри приходит к выводу, что задача скорее решена, чем не решена, то оценка должна быть больше половины от максимально возможной, в противном случае — меньше. Рекомендуется присваивать баллы за каждый шаг в решении задачи.

Арифметические ошибки не должны приводить к существенному сокращению баллов, поскольку на олимпиаде, в первую очередь, проверяется не умение хорошо считать, а умение нестандартно мыслить. При наличии ошибки - снижается балл исходя из степени ее существенности.

**Задача 1 (17 баллов) Абдулла и кумыс (авторы Л. Витусик и Д. Пономарев)**

С давних пор отличительной чертой казахского народа было гостеприимство. Дорогого гостя радушно встречали, усаживали на самое почетное место, угощали лучшим, что было в доме. В первую очередь гостю подавали кумыс. Кумыс очень древней напиток. На сегодняшней день ему исполнилось пять с половиной тысяч лет. Настоящий кумыс готовят из кобыльего молока в домашних условиях. Конечно, кумыс можно приготовить и промышленным способом, но, такой кумыс не идёт ни в какое сравнение с домашним.

Хитрый Абдулла наладил производство кумыса в домашних условиях, который пользуются стабильным спросом у жителей окрестных аулов. Абдулла исследовал спрос жителей аула Бигаш ( $D_1$ ) и Егинбулак ( $D_2$ ). На рисунке представлены результаты изучения спроса.



Больше 500 литров кумыса в месяц произвести не удастся. Транспортные расходы Абдулла считает равными 0, т.к. ишак не требует заправки бензином, поэтому хитрый Абдулла стремится максимизировать общую выручку от продажи. Посоветуйте ему, сколько литров кумыса продавать в ауле Бигаш, а сколько в ауле Егинбулак? Сколько тенге выручит Абдулла?

**Решение:**

**1 способ:**

1) Запишем функцию спроса на кумыс жителей аула Бигаш: спрос имеет линейный вид, т.е.  $Q_d = b - aP$ , где  $b = 600$ ,  $a = -600/30 = 20$ , т.о.  **$Q_{d1} = 600 - 20P$ . (3 балла)** Перейдем к обратной функции спроса:  $P_1 = 30 - 0,05Q_1$ . Найдем цену кумыса, по которой жители аула Егинбулак готовы купить **сколько угодно** кумыса:  $400 = 600 - 20P$ , отсюда  **$P_2 = 10$ . (3 балла)**

2) Запишем функцию общей выручки  $TR = (TR_1 + TR_2)$ .  $TR_1 = P * Q_1 = (30 - 0,05Q_1) * Q_1 = 30Q_1 - 0,05Q_1^2$ .  $TR_2 = P * Q_2 = 10Q_2$ . Т.о. общая выручка от продажи  $TR = (30Q_1 - 0,05Q_1^2 + 10Q_2)$ . **(4 балла)**

3) Подставим в функцию выручки  $Q_2 = (500 - Q_1)$ .  $TR = (30Q_1 - 0,05Q_1^2 + 10(500 - Q_1)) = (5000 + 20Q_1 - 0,05Q_1^2)$ . Выручка описывается параболой, направленная ветвями вниз **(2 балла)**

4) Максимизируем общую выручку:  $Q_1^* = -20 / -2 * 0,05 = 200$  (возможно решение  $(TR)' = 0$ ,  $20 - 0,1Q_1 = 0$ ,  $Q_1 = 200$ ). Значит в ауле Бигаш надо продавать 200 литров, цена  $P_1 = 30 - 0,05 * 200 = 20$  тенге. **(3 балла)** В ауле Егинбулак будет продано  $(500 - 200) = 300$  литров. **(1 балл)**

5) Общая выручка от продажи составит  $TR = (TR_1 + TR_2) = 200 * 20 + 300 * 10 = 7000$  тенге. **(1 балл)**

### 2 способ:

1) Запишем функцию спроса на кумыс жителей аула Бигаш: спрос имеет линейный вид, т.е.  $Q_d = b - aP$ , где  $b = 600$ ,  $a = -600/30 = 20$ , т.о.  **$Q_{d1} = 600 - 20P$ . (3 балла)** Перейдем к обратной функции спроса:  $P_1 = 30 - 0,05Q_1$ . Найдем цену кумыса, по которой жители аула Егинбулак готовы купить **сколько угодно** кумыса:  $400 = 600 - 20P$ , отсюда  **$P_2 = 10$ . (3 балла)**

2) Абдулла распределит 500 литров кумыса таким образом, чтобы  $MR_1 = MR_2$ . **(2 балла)**

3)  $MR_1 = (TR_1)' = (30Q_1 - 0,05Q_1^2)' = 30 - 0,1Q_1$ , **(3 балла)**  $MR_2 = 10$ , **(2 балла)** т.е.  $10 = 30 - 0,1Q_1$ , отсюда  $Q_1 = 200$ , **(1 балл)**  $Q_2 = (500 - 200) = 300$  **(1 балл)**

4)  $P_1 = 30 - 0,05 * 200 = 20$ ,  $P_2 = 10$  **(1 балл)**

5) Общая выручка от продажи составит  $TR = (TR_1 + TR_2) = 200 * 20 + 300 * 10 = 7000$  тенге. **(1 балл)**

**Ответ:  $Q_1 = 200$  (Бигаш),  $Q_2 = 300$  (Егинбулак),  $TR = 7000$  тенге.**

### **Задача 2 (20 баллов) Дефицит на рынке простокваши**

В небольшом поселке всего 240 жителей. Простокваша здесь является основным продуктом питания. Если бы простоквашу раздавали даром, то каждый житель потреблял бы 1 литр ежедневно. Но, у рынка свои законы, поэтому в равновесии потребление простокваши составляет 100 литров в день. Поселковая администрация, проявляя "заботу" о жителях поселка, регулирует цены на продукты первой необходимости. (Вы, конечно, понимаете, почему слово "забота" написано в кавычках). На рынке простокваши может возникнуть дефицит, а функция дефицита (при условии наличия продавцов простокваши) будет иметь

вид  $Q_{\text{деф}} = 350 - 10P$ . Администрация установила предел цены, выше которого цена подниматься не может. В результате возникла ежедневная нехватка 50 литров простокваши.

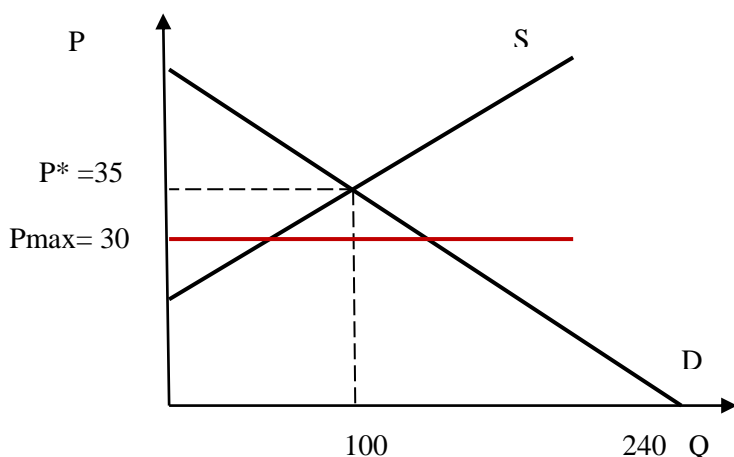
- 1) На каком уровне был установлен предел цены?
- 2) Запишите функции спроса и предложения на рынке простокваши, если они линейны
- 3) Постройте графическую модель рынка простокваши
- 4) Как и на сколько процентов изменилось потребление простокваши?

**Решение:**

1) Найдем предел цены, который установила администрация поселка:  $50 = 350 - 10P$ , т.о.  $P_{\text{max}} = 30$  рублей. **(1 балл)**

2) а) Найдем равновесную цену на рынке простокваши: для этого приравняем функцию дефицита к 0 (т.к. в равновесии дефицит 0)  $0 = 350 - 10P$ , отсюда  $P^* = 35$  **(5 баллов)**

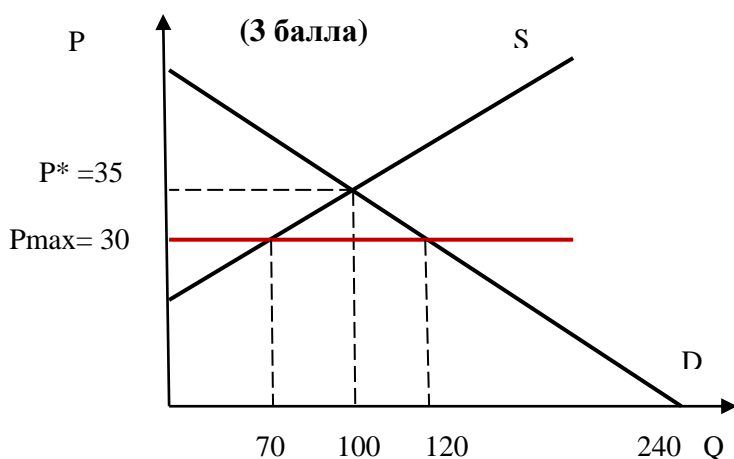
Нанесем на графическую модель те данные, которые нам известны.



б) Запишем функцию спроса, которая имеет вид  $Q_d = -aP + b$ ,  $b = 240$ , решим уравнение  $100 = -a \cdot 35 + 240$ ,  $a = -4$ , спрос имеет вид  **$Q_d = 240 - 4P$**  **(4 балла)**

в) Запишем функцию предложения, которая равна  $Q_s = Q_d - Q_{\text{деф}} = (240 - 4P) - (350 - 10P) = 6P - 110$  **(5 баллов)**

3) Построим графическую модель рынка простокваши:



4) Найдем изменение потребления простокваши: в равновесии потреблялось 100 литров в день, а после установления предела цены  $Q_s = 6P - 110 = 30 \cdot 6 - 110 = 70$  литров. Изменение потребления составило  $\Delta Q = (70/100 - 1) \cdot 100 = -30\%$  **(2 балла)**

**Ответ:  $P_{\text{max}} = 30$ , 2)  $Q_d = 240 - 4P$ ,  $Q_s = 6P - 110$ , 4) потребление простокваши упало на 30%**

### Задача 3 (21 балл) "Лекарственные травы"

Фирма "Лекарственные травы" производит препараты на основе алтайских трав. Для этого ей необходимо собрать лекарственное растение, затем приготовить из него лекарственный препарат и расфасовать в соответствующую тару.

За летний период фирма заготовила 50 кг сырой ромашки лекарственной (лат *Matricaria chamomilla*), и намерена использовать для производства экстракта ромашки и сушеной травы ромашки. Из одного килограмма сырой ромашки получается 0,5 литра экстракта, который затем бутилируют в емкости (флаконы) по 100 мл.

Для производства сушеной травы ромашки необходимо собранную сырую ромашку, которая содержит 80% воды, высушить до состояния – практически 0% воды. После высушивания, траву ромашки расфасовывают по 50 грамм.

Для приготовления лекарственных препаратов ромашки используется специальная печь, в которой 2 режима: можно произвести либо экстракт, либо высушить ромашку. Но, существует технологическое ограничение: при переключении печи в режим производства данного продукта невозможно произвести его меньше определенного количества. Минимальное количество экстракта - 5 литров, минимальное количество сушеной ромашки - 1 кг.

**А) Постройте КПВ (кривую производственных возможностей) фирмы "Лекарственные травы" в координатах флаконы экстракта ромашки (ось Y) и упаковки ромашки сушеной (ось X) (15 баллов)**

**Б) Четко покажите (например, заштрихуйте на графике) область производственных возможностей (6 баллов)**

**Решение:**

А) 1) Определим максимальное количество флаконов экстракта ромашки:

а) из 50 кг сырой ромашки можно приготовить  $50 \cdot 0,5 = 25$  литров экстракта

б) из 25 литров экстракта будет получено  $25 / 0,1 = 250$  флаконов экстракта **(2 балла)**

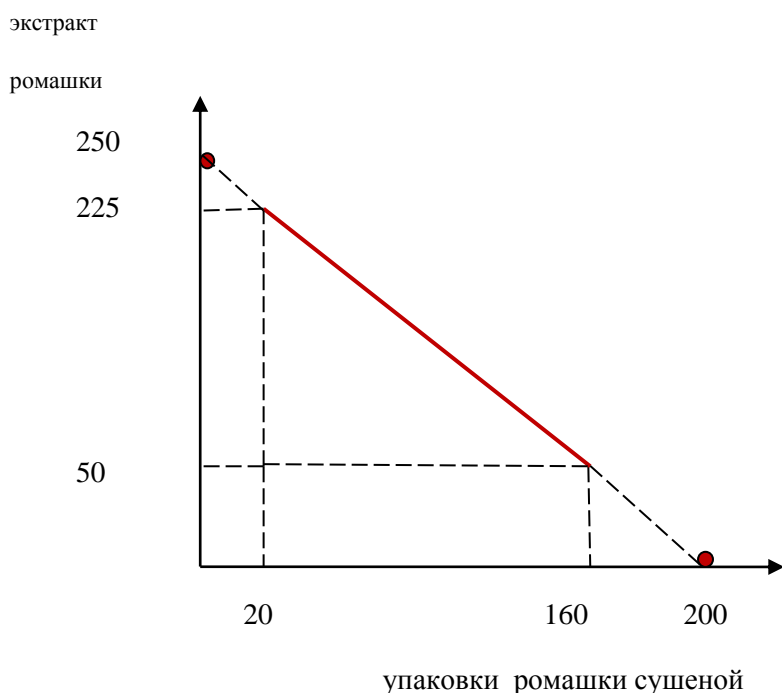
2) Определим максимальное количество упаковок сушеной ромашки:

а) из 50 кг собранной ромашки после высушивания останется 20%, т.е.  $50 \cdot 0,2 = 10$  кг сухой ромашки

б) из 10 кг получится  $10 / 0,05 = 200$  упаковок ромашки сушеной **(3 балла)**

3) Построим КПВ с учетом технологических ограничений:

**всего за правильную КПВ 10 баллов, в т.ч:**



а) рассчитаем количество флаконов, меньше которого фирма не может произвести:  $5 / 0,1 = 50$  шт флаконов **(1 балл)**

б) рассчитаем минимальное количество упаковок сухой ромашки:

$1 / 0,05 = 20$  шт упаковок **(1 балл)**

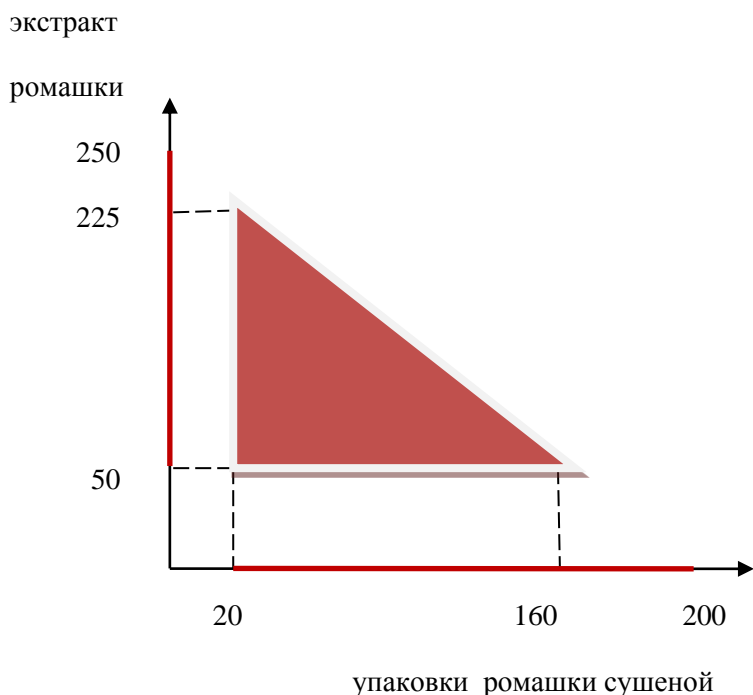
в) найдем возможности производства сушеной ромашки, если производство экстракта составит 50 флаконов:  $(50 - 5 \cdot 2) \cdot 0,2 / 0,05 = 160$  шт флаконов **(2 балла)**

г) найдем возможности производства экстракта при производстве 20 упаковок ромашки сушеной:  $(50 - 50 \cdot 20 / 200) / 2 / 0,1 = 225$  флаконов экстракта **(2 балла)**

:

**д) непосредственно за правильный рисунок 4 балла**

(\*если КПВ имеет вид сплошной линии с координатами (250,0) и (0,200) то оценка 2 балла)



д) выделим область производственных возможностей. В нее войдет площадь треугольника и два отрезка (50 - 250) по оси Y и (20 - 200) по оси X) (выделено красным цветом)

(всего 6 баллов за определение области производственных возможностей (3 балла за выделение площади треугольника и 3 балла за выделение отрезков (50 - 250) по оси Y и (20 - 200) по оси X)

(\*если КПВ имеет вид сплошной линии с координатами (250,0) и (0,200) и заштрихована область под этой КПВ, то 1 балл)

#### Задача 4 (22 балла) Три поросенка

Владельцев фирм зовут Ниф-Ниф, Нуф-Нуф и Наф-Наф. Не трудно догадаться, что это рынок строительных материалов (допустим, рынок кирпичей). У Ниф-Нифа функция затрат имеет вид  $TC1 = 20q + q^2/6 + 50$ , затраты Нуф-Нуфа заданы функцией  $TC2 = 20q + q^2/3 + 25$ , а у Наф-Нафа  $TC3 = 0,5q^2 - 10q + 200$ .

Спрос на этом рынке  $Qd = 100 - 0,5P$ .

1) Братцы - поросята ведут себя, как совершенные конкуренты. Постройте графическую модель определения равновесной цены и равновесного объема продаж на рынке кирпичей. Найдите прибыль, которую получает каждый поросенок. (14 баллов)

2) Наф-Наф, самый умный поросенок, предложил братьям закрыть свои фирмы с условием, что он будет выплачивать им пожизненную ренту в несколько раз больше той прибыли, которую они получают сейчас (но не более, чем в N раз). Ленивые братья с радостью согласились. При каком N сделка будет выгодна Наф-Нафу? Покажите графическую модель определения цены и объема продаж на рынке после заключения сделки. (8 баллов)

**Решение:**

1) А) Запишем функцию предложения кирпичей для каждого поросенка. Функция предложения - это обратная функция  $MC$ , а  $MC = (TC)'$

**Ниф-Ниф:**  $MC1 = (TC1)' = (20q + q^2/6 + 50)' = 20 + q/3$ , предложение имеет вид  $q1 = 3P - 60$  при  $20 \leq P$

**Нуф-Нуф:**  $MC2 = (TC2)' = (20q + q^2/3 + 25)' = 20 + 2q/3$ , предложение имеет вид  $q2 = 1,5P - 30$  при  $20 \leq P$

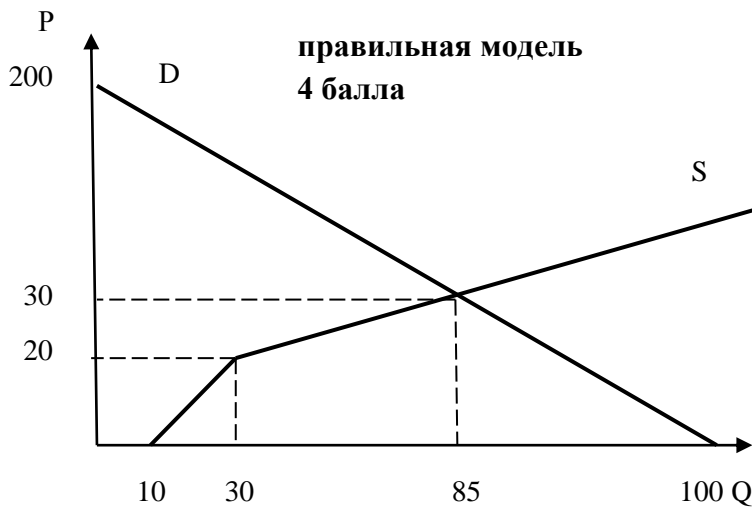
**Наф-Наф:**  $MC3 = (TC3)' = (0,5q^2 - 10q + 200)' = q - 10$ , предложение имеет вид  $q3 = P + 10$  при  $0 \leq P$  (3 балла)

Б) Запишем функцию рыночного предложения кирпичей:

$$Q_s = P + 10, P < 20$$

$$Q_s = 5,5P - 80, P \geq 20 \text{ (2 балла)}$$

В) Построим графическую модель конкурентного рынка:



Г) Найдем параметры рыночного равновесия, приравняем соответствующие  $Q_d = Q_s$

$$100 - 0,5P = 5,5P - 80, \text{ отсюда}$$

$$P^* = 30, Q^* = 85 \text{ (2 балла)}$$

Д) Найдем индивидуальное предложение поросят в состоянии рыночного равновесия: **Ниф-Ниф**  $q_1 = 3P - 60 = 3 \cdot 30 - 60 = 30$ , **Нуф-Нуф**  $q_2 = 1,5P - 30 = 1,5 \cdot 30 - 30 = 15$ , **Наф-Наф**  $q_3 = P + 10 = 30 + 10 = 40$

Е) Рассчитаем прибыль, полученную каждым поросенком:  $\Pi = P \cdot Q - TC$ , **Ниф-Ниф**  $\Pi = 30 \cdot 30 - (20 \cdot 30 + 30^2/6 + 50) = 100$ ,

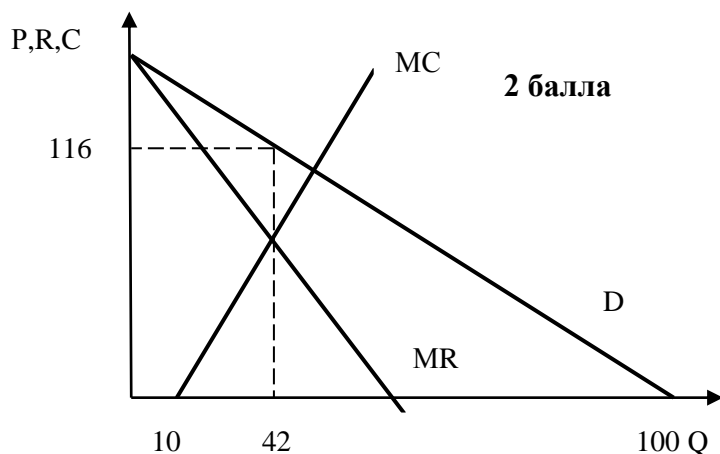
**Нуф-Нуф**  $\Pi = 30 \cdot 15 - (20 \cdot 15 + 15^2/3 + 25) = 50$ ,

**Наф-Наф**  $\Pi = 40 \cdot 30 - (0,5 \cdot 40^2 - 10 \cdot 40 + 200) = 600$  (3 балла за расчет прибыли)

2) Рынок кирпичей после заключения сделки превратился в монополию. Равновесие на рынке монополии найдем приравняв  $MR = MC$

А) Запишем функцию MR: перейдем к обратной функции спроса  $P = 200 - 2Q$ , запишем функцию выручки  $TR = Q \cdot P = (200 - 2Q) \cdot Q = 200Q - 2Q^2$ , найдем  $MR = (TR)' = (200Q - 2Q^2)' = 200 - 4Q$  (1 балл)

Б) Для Наф-Нафа  $MC = Q - 10$ , приравняем  $MR = MC$   $200 - 4Q = Q - 10$ , найдем  $Q^* = 42, P^* = 116$ , (1 балл)



В) Найдем прибыль Наф-Нафа до выполнения договоренностей с братьями:  $\Pi = P \cdot Q - TC = 116 \cdot 42 - (0,5 \cdot 42^2 - 10 \cdot 42 + 200) = 4210$

Г) Чтобы сделка была выгодна Наф-Нафу, он должен после расчета с братьями получить прибыль не менее первоначальной прибыли ( $\Pi = 600$ ). Т.о. братьям можно выплатить не более  $(4210 - 600) = 3610$

Д) Выплаты братьям не могут превышать  $N \leq 3610 / (100 + 50) \leq 24$  раза (4 балла)

Ответ: 1) Ниф-Ниф  $\Pi = 100$ , Нуф-Нуф  $\Pi = 50$ , Наф-Наф  $\Pi = 1000$

2)  $N \leq 24$  раза

### Задача 5 (20 баллов) Первоклассник и карманные расходы.

1 сентября Юрочка Буренкин пошел в первый класс. В школе больше всего ему понравилась столовая, потому что повара очень вкусно готовят его любимые булочки с маком и пиццу. Одна пицца приносит Юрочке всегда такое же удовольствие, как две булочки с маком (т.е. это товары абсолютные заменители). В декабре Юрочка покупал 1 пиццу и 6 булочек в неделю, а его бюджетное ограничение имело вид  $I = 30 \cdot Q_{\text{пицц}} + 20 \cdot Q_{\text{бул.}}$  (где  $I$  - недельная сумма карманных денег).

В январе выпечка подорожала на 25%. Родители Юрочки решили обсудить ситуацию на семейном совете:

1) Папа считает, что надо увеличить сумму денег, выдаваемых сыну в неделю, чтобы ребенок мог покупать прежний набор благ. Если будет принято предложение папы, то насколько увеличится сумма карманных денег Юрочки в неделю?

2) Мама считает, что денег добавлять не надо, т.к. у Юрочки есть возможность изменить потребительский набор таким образом, чтобы общая полезность от потребления пиццы и булочек сохранилась. Какой потребительский набор благ подразумевает мама?

3) Смышленный Юрочка хочет, чтобы был принят папин вариант, но и рекомендации мамы он принял к сведению. Какой набор благ принесет ему максимальную полезность при новом бюджете?

4) Покажите при помощи кривых безразличия и бюджетных линий потребительские наборы соответствующие предложению папы, мамы и Юрочки (обозначьте их соответственно П, М, Ю)

**Решение:**

а) Найдем сумму карманных денег Юрочки до повышения цен  $I = 30 \cdot 1 + 20 \cdot 6 = 150$  рублей (2 балла)

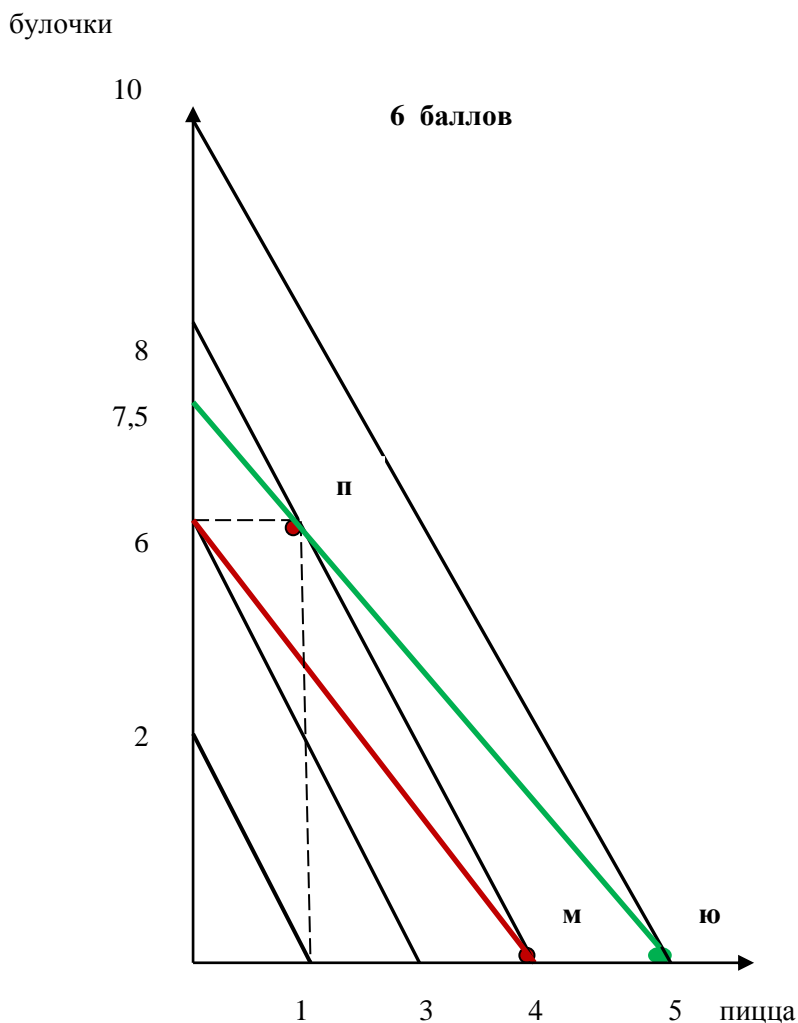
б) Из бюджетного уравнения следует, что первоначальная цена булочки  $R_{бул} = 20$  рублей, а пиццы  $R_{пиц} = 30$  рублей. В январе  $R_{бул} = 20 \cdot 1,25 = 25$  рублей, а пиццы  $R_{пиц} = 30 \cdot 1,25 = 37,5$  рублей. **(2 балла)**

1) **Предложение папы:** прежний набор благ теперь стоит  $(1 \cdot 37,5 + 6 \cdot 25) = 187,5$  рублей. Т.о. сумма карманных денег Юрочки увеличится на  $(187,5 - 150) = 37,5$  рублей. **(2 балла)**

2) **Предложение мамы:** набор из 6 булочек и 1 пиццы лежит на линии безразличия (4 пиццы - 8 булочек), если Юрочка будет покупать 4 пиццы, то полезность останется прежней, а стоит новый набор будет  $(4 \cdot 37,5) = 150$  рублей. Т.о. можно не увеличивать сумму карманных денег. **(4 балла)**

3) **Пожелание Юрочки:** 187,5 рублей карманных денег позволят Юрочке перейти на новую кривую безразличия (10 булочек - 5 пицц). Теперь он сможет максимизировать полезность, покупая  $187,5 / 37,5 = 5$  пицц. **(4 балла)**

4) Построим графическую модель описанной ситуации:



Ответ: 1) Вариант папы: добавить 37,5 рублей

2) вариант мамы: покупать 4 пиццы

3) желание Юрочки: покупать 5 пицц