

XX МЕЖРЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФЕСТИВАЛЬ ШКОЛЬНИКОВ «СИБИРИАДА.
ШАГ В МЕЧТУ»

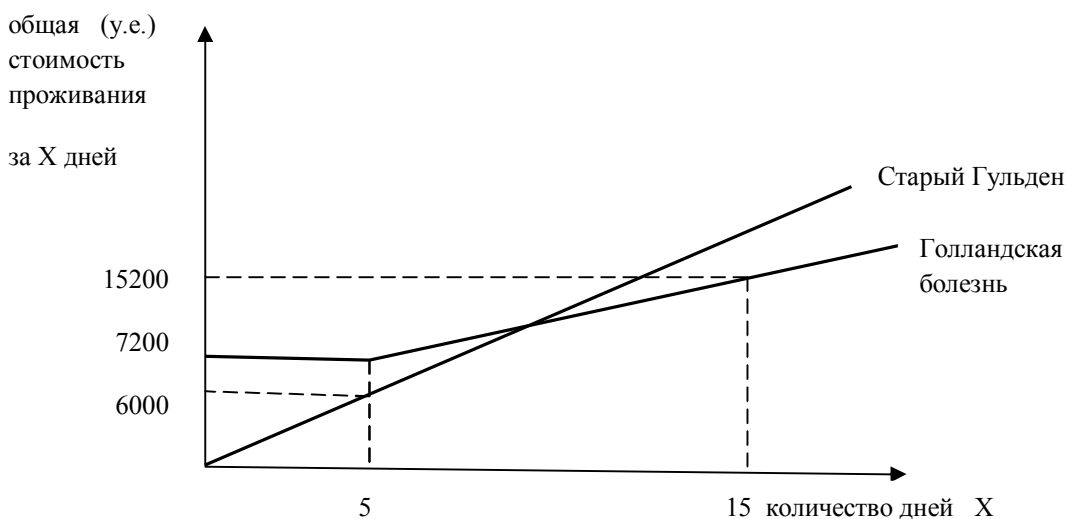
Олимпиада по экономике для учащихся 8-9-х классов 2013 год.
ОТБОРОЧНЫЙ ТУР. ЗАДАЧИ. РЕШЕБНИК

Время выполнения 180 минут

Всего за задачи 100 баллов

Задача 1 (15 баллов).

Во время рождественских каникул Людмила решила навестить своего друга, который учится в Голландии. В городке Тилбург, где расположен университет, всего две гостиницы: "Старый Гульден" и "Голландская болезнь". Схемы оплаты проживания в гостиницах могут быть описаны функциями, графики которых представлены на рисунке.



Подскажите, пожалуйста, в какой из гостиниц Людмиле выгоднее остановиться, если она сможет провести в Голландии ровно 9 дней? Помогите ей рассчитать расходы на оплату каждой из гостиниц.

Решение:

1 способ:

1) Найдем цену проживания в отеле "Старый Гульден" за день: $R_{дня} = 6000/5 = 1200$ у.е. Найдем стоимость проживания в этом отеле за 9 дней: $Расходы = 1200 \cdot 9 = 10800$ у.е.

2) Найдем стоимость проживания в отеле "Голландская болезнь" за 9 дней. Первые 5 дней проживания обойдутся в 7200 у.е. А каждый последующий день будет стоить $R_{дня} = (15200 - 7200)/10 = 800$ у.е. Найдем стоимость проживания в этом отеле за 9 дней: $Расходы = 7200 + (9 - 5) \cdot 800 = 10400$ у.е.

2 способ:

1) Найдем цену проживания в отеле "Старый Гульден" за день: $R_{дня} = 6000/5 = 1200$ у.е.

2) Запишем функцию расходов в зависимости от количества прожитых дней: С - расходы на проживание, X - количество дней. $C_{\text{"Старый Гульден"}} = 1200 \cdot X$

3) Запишем функцию расходов для отеля "Голландская болезнь": первые 5 дней проживания обойдутся в 7200 у.е. А каждый последующий день будет стоить $R_{дня} = (15200 - 7200)/10 = 800$ у.е.

$C_{\text{"Голландская болезнь"}} = 7200 + (X - 5) \cdot 800$

XX МЕЖРЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФЕСТИВАЛЬ ШКОЛЬНИКОВ «СИБИРИАДА.
ШАГ В МЕЧТУ»

4) Найдем стоимость проживания за 9 дней: $C_{\text{"Старый Гульден"}} = 1200 \cdot 9 = 10800$ у.е

$C_{\text{"Голландская болезнь"}} = 7200 + (9 - 5) \cdot 800 = 10400$ у.е.

5) Стоимость проживания в отеле "Голландская болезнь" за 9 дней меньше, чем стоимость проживания в отеле "Старый Гульден".

Ответ: выгоднее остановиться в отеле "Голландская болезнь", стоимость проживания за 9 дней 10400 у.е.

Дети могут представить другие варианты решения.

Критерии оценивания:

1) Расчет стоимости проживания в отеле "Старый Гульден" 6 баллов

2) Расчет стоимости проживания в отеле "Голландская болезнь" 8 баллов

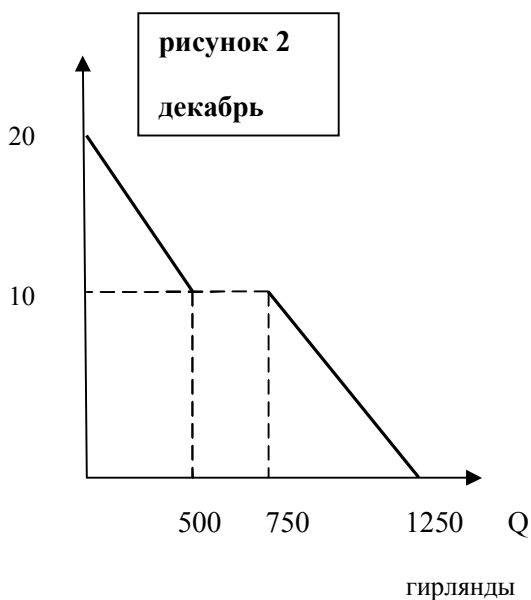
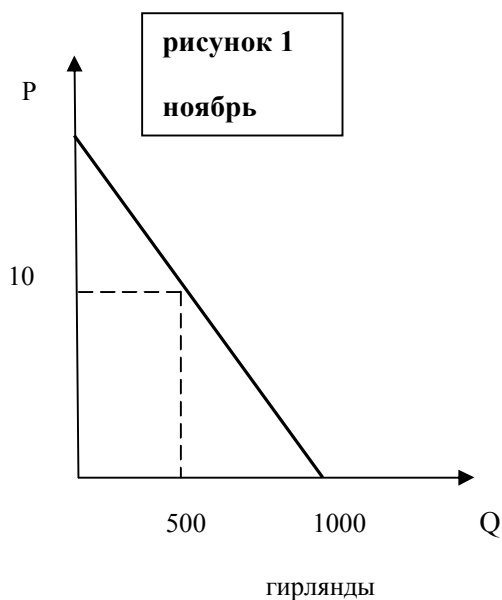
3) Правильный выбор отеля для проживания 1 балл

Задача 2 (20 баллов).

На первом рисунке представлена функция спроса на гирлянды в ноябре. На втором рисунке показана функция спроса на гирлянды в декабре. (P - цена в рублях, Q - количество, штук)

1) Запишите функции спроса для каждого месяца.

2) Приведите пример возможной причины, из-за которой функция спроса изменилась бы таким образом в декабре.



Решение:

1) а) График спроса в ноябре имеет линейный вид, т.е. функции $Q = ap + b$

Составим систему уравнений для функции спроса в ноябре:

XX МЕЖРЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФЕСТИВАЛЬ ШКОЛЬНИКОВ «СИБИРИАДА.
ШАГ В МЕЧТУ»

$$500 = 10 \cdot a + b \quad \text{и} \quad 1000 = 0 \cdot a + b, \quad \text{отсюда} \quad b = 1000, \quad a = -50 \quad Qd_{\text{ноябрь}} = 1000 - 50P$$

б) График спроса в декабре состоит из двух линейных участков, причем при цене $10 < P \leq 20$ рублей функция спроса совпадает с ноябрьской $Q^d = 1000 - 50P$, а при $P \leq 10$ меняется.

$$\text{Запишем функцию нижнего участка спроса в декабре: } 750 = 10 \cdot a + b \quad \text{и} \quad 1250 = 0 \cdot a + b, \quad \text{отсюда} \\ b = 1250, \quad a = -50, \quad Q^d = 1250 - 50P$$

$$\text{Запишем функцию спроса на гирлянды в декабре: } 10 < P \leq 20 \quad Qd^{\text{декабрь}} = 1000 - 50P$$

$$P \leq 10 \quad Qd^{\text{декабрь}} = 1250 - 50P$$

2) Причиной такого изменения спроса может стать появление на рынке нового покупателя, который готов при $P = 10$ купить 250 гирлянд.

Ответ: 1) $Qd_{\text{ноябрь}} = 1000 - 50P$

$$10 < P \leq 20 \quad Qd^{\text{декабрь}} = 1000 - 50P \quad P \leq 10 \quad Qd^{\text{декабрь}} = 1250 - 50P$$

2) появление на рынке нового покупателя, который готов при $P = 10$ купить 250 гирлянд.

Критерии оценивания:

1) *Запись функции спроса в ноябре 5 баллов*

2) *Запись функции спроса в декабре 10 баллов*

3) *Формулирование причины: а) "появление нового покупателя" 2 балла (некорректная формулировка)*

б) *"появление на рынке нового покупателя, который готов при $P = 10$ купить 250 гирлянд" 5 баллов*

Задача 3 (18 баллов).

Запасы нефти на начало XX в. составляли 20 млрд. баррелей. Известно, что человечество тратит не менее 50 млн баррелей в год. До начала 2001 г. было истрачено 10 млрд. баррелей, с середины XX в. по конец 2008 г. - тоже 10 млрд. баррелей. Доказать, что при сохранении средних объемов расходования, сложившихся в период 2001-2008 гг., нефть закончится не позднее 2036 г.

Решение:

1) Допустим в период с 1901 года по 1950 потребление нефти было минимальным, т.е. составляло по 50 млн баррелей в год. Тогда за этот период было израсходовано 2,5 млрд баррелей нефти. **(4 балла)**

2) Из условия следует, что потребление нефти в период с 2001 по 2008 год было равно потреблению за 50 лет (с 1901 по 1950 гг), т.е составило 2,5 млн баррелей.

3) Тогда за период с 1951 до 2001 гг было израсходовано $(10 - 2,5) = 7,5$ млн баррелей нефти. **(4 балла)**

4) Годовые объемы расходования нефти с 2001 по 2008 гг равны $(2,5/8) = 0,3125$ млрд баррелей в год **(4 балла)**

5) При сохранении таких объемов потребления в период с начала 2009 по 2036 гг человечеству понадобится $(0,3125 \cdot 28 \text{ лет}) = 8,75$ млрд баррелей. **(4 балла)**

XX МЕЖРЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФЕСТИВАЛЬ ШКОЛЬНИКОВ «СИБИРИАДА.
ШАГ В МЕЧТУ»

Но, запасы нефти к концу 2008 года составляли только $(20 - 10 - 2,5 = 7,5)$ млрд баррелей нефти.

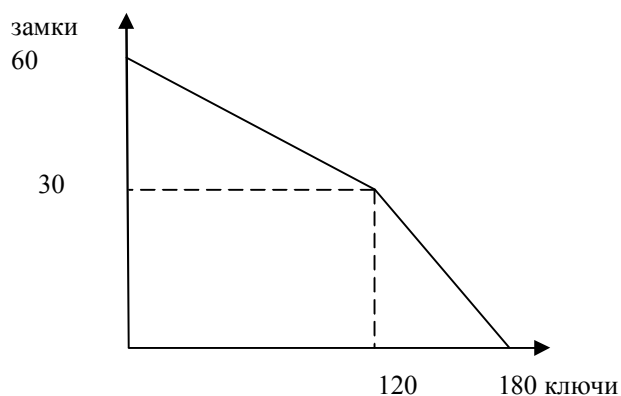
Т.о. при сохранении годовых темпов потребления нефти на уровне 0,3125 млрд баррелей в год человечеству не хватит нефти до 2036 года. (2 балла)

(или можно посчитать на сколько лет хватит запасов нефти $7,5\text{млрд}/0,3125\text{млрд} = 24$ года, а с конца 2008 года до конца 2036 года еще 28 лет)

Критерии оценивания: (см. в решении задачи)

Задача 4 (27 баллов).

Рома и Юра соседи. Они открыли мастерскую по производству замков и ключей. Одно готовое изделие состоит из 1 замка и 4х ключей. На рисунке показана кривая производственных возможностей (КПВ) мастерской за одну неделю.



1) Сколько готовых изделий производит мастерская за одну неделю?

2) Через год Юра переехал жить в другой город. Теперь каждый из них имеет собственную мастерскую. Постройте КПВ этих мастерских. (известно, что Юра предпочитал делать ключи, когда они жили по соседству).

3) Мастерские по-прежнему производят только готовые изделия. Как изменилось общее количество изделий через год?

Решение:

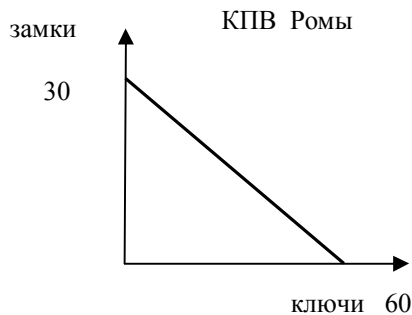
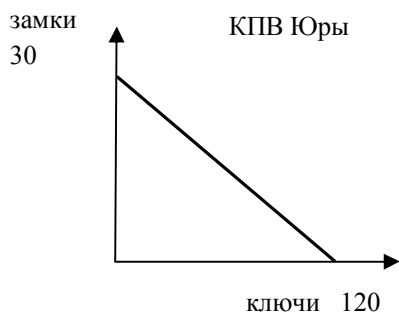
1) Не трудно заметить, что мастерская производит в точке перегиба КПВ, т.е 30 замков и 120 ключей. Общее количество изделий за неделю составит 30 штук.

2) "Разберем" КПВ на отдельные составляющие. Представим в виде таблицы производственные возможности Юры и Ромы по отдельности.

	Пр-во за неделю	
	замки	ключи
Юра	30	120
Рома	30	60

3) Построим КПВ каждого:

XX МЕЖРЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФЕСТИВАЛЬ ШКОЛЬНИКОВ «СИБИРИАДА. ШАГ В МЕЧТУ»



4) Определим, сколько комплектов (4 ключа + замок) смогут произвести Юра и Рома через год.

1 способ:

а) Рассчитаем альтернативную стоимость производства у каждого:

	Пр-во за неделю		Альтернативная стоимость	
	замки	ключи	1 замка	1 ключа
Юра	30	120	4	0,25
Рома	30	60	2	0,5

б) рассчитаем возможности Юры, для составления уравнения используем альтернативную стоимость:

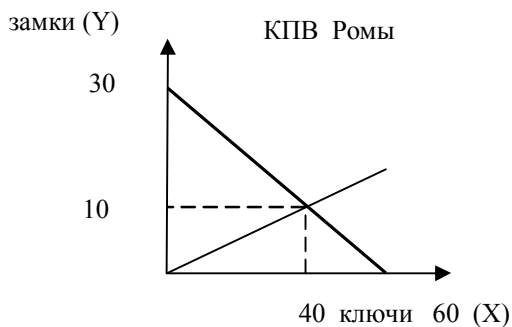
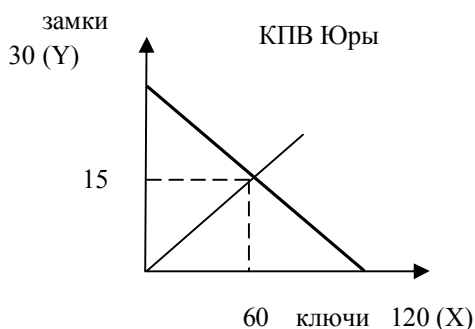
1 комплект для **Юры** (4 кл + 4кл) = 8 ключей

120 ключей = 8*Q, отсюда Q = **15 комплектов**

в) 1 комплект для **Ромы** (4 кл + 2кл) = 6 ключей

60 ключей = 6*Q, отсюда Q = **10 комплектов**

2 способ:



Решения для Юры:

а) Запишем функцию КПВ Юры: $Y = 30 - 0,25X$

б) Запишем функцию комплектов: $Y = 0,25X$

в) приравняем эти функции: $30 - 0,25X = 0,25X$, отсюда $X = 60$ ключей, $Y = 15$ замков, т.е. Юра производит 15 готовых изделий.

XX МЕЖРЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФЕСТИВАЛЬ ШКОЛЬНИКОВ «СИБИРИАДА.
ШАГ В МЕЧТУ»

Решения для Ромы:

а) Запишем функцию КПВ Ромы: $Y = 30 - 0,5X$

б) Запишем функцию комплектов: $Y = 0,25X$

в) приравняем эти функции: $30 - 0,5X = 0,25X$, отсюда $X = 40$ ключей, $Y = 10$ замков, т.е. Рома производит 10 готовых изделий.

Общее количество изделий равно $(15 + 10) = 25$. Т.о. через год $(30 - 25) = 5$ будет производиться на 5 изделий меньше.

Ответ: 1) количество готовых изделий 30 шт, 3) через год будет производиться на 5 изделий меньше.

Критерии оценивания:

1) *Расчет общего количества изделий Ромы и Юры 3 балла*

2) *Построение КПВ Юры - 4 балла, Ромы - 4 балла*

3) *Расчет количества изделий через год у Юры - 7 баллов, Ромы - 7 баллов (если указано количество изделий, но нет расчета, то по 2 балла за каждого)*

4) *расчет изменения количества изделий 2 балла.*

Задача 5 (20 баллов).

Рождественские каникулы Никита и его друзья провели на базе отдыха "Лазурный берег" и сделали множество фотоснимков. Никита решил напечатать 16 фотографий. Обойдя все фотолаборатории, он выяснил, что наиболее выгодные условия в лаборатории «Миллениум» - 4 рубля за фотографию, при заказе от 1 до 29 штук, и 3 рубля 50 копеек – при заказе 30 и более фотографий. Его знакомый, Фома, тоже желает получить те же 16 фотографий. Фома уверен, что независимо от количества фотографий каждая будет стоить 4 рубля (Фома пожалел свое время и не дошел до «Миллениума»). Предприимчивый Никита быстро сообразил, что можно сэкономить на печати фотографий, если объединиться с Фомой.

-Послушай, Фома, - сказал Никита, - У меня есть предложение, от которого ты не сможешь отказаться. Я напечатаю тебе 16 фотографий, и возьму с тебя всего 3 рубля 99 копеек за фотографию.

«Тут что-то не так», - подумал Фома. «Не вериться, что он хочет просто сделать мне подарок. Никита наверняка хочет сам сэкономить. Пожалуй, с ним можно поторговаться» (скряга Фома никогда не упускал случая сэкономить как можно больше)

- Знаешь, Никита, пожалуй, я бы с тобой согласился, если бы цена была немного ниже.

До какого значения Никита может снижать цену на фотографии для Фомы, чтобы получить выгоду?

Решение:

1) Найдем стоимость печати 16 фотографий для Никиты: $C_1 = 16 \cdot 4 = 64$ рубля. (где C - расходы на печать фотографий)

2) Найдем стоимость печати 32 фотографий для Никиты: $C_2 = (32 \cdot 3,5 - X \cdot 16) = (112 - X \cdot 16)$
(X - цена фото для Фомы)

3) Чтобы Никита получил выгоду, вариант C_2 должен быть дешевле, чем вариант C_1 .
 $(112 - X \cdot 16) < 64$, решим неравенство $X > 3$ рублей.

Т.о. Никите принесет выгоду любая цена $3 < X < 4$ рублей.

Например, если Никита установит цену для Фомы 3 руб 1 коп, то он получит выгоду $(112 - 3,01 \cdot 16) = 0,16$ (16 копеек).

Ответ: минимальная цена за фотографию, до которой может торговаться Никита 3 рубля 1 копейка.

Критерии оценивания:

XX МЕЖРЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФЕСТИВАЛЬ ШКОЛЬНИКОВ «СИБИРИАДА.
ШАГ В МЕЧТУ»

- 1) *Расчет стоимости печати фотографий только для Никиты 3 балла*
- 2) *Расчет стоимости печати фотографий для Никиты и Фомы 8 баллов*
- 3) *Составление неравенства для сравнения вариантов и его правильное решение 6 баллов*
- 4) *Вывод о минимальной цене за фотографию 3 балла
(возможны другие варианты решения)*