

XX МЕЖРЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФЕСТИВАЛЬ ШКОЛЬНИКОВ
«СИБИРИАДА. ШАГ В МЕЧТУ»

**Олимпиада по экономике для учащихся 11-х классов 12 января 2013 года.
ВТОРОЙ ОТБОРОЧНЫЙ ТУР. ЗАДАЧИ. РЕШЕБНИК**

Время выполнения 180 минут

Всего за задачи 103 балла

Задача 1 (22 балла)

Бедная студентка Маша решила подзаработать денег, чтобы приехать домой на зимних каникулах. Маша умеет хорошо вязать, особенно ей удаются шапочки и шарфы. На покупку пряжи Маша готова выделить 1150 рублей и посвятить процессу вязания 40 часов. Моточек пряжи стоит 100 рублей, на шапочку достаточно одного моточка пряжи, а на хороший шарф необходимо 2, 5 моточка. Чтобы связать шапочку Маше тратит 4 часа, а на вязание шарфа 8 часов.

Маша договорилась с тетей Катей, вахтером в общежитии, что та поможет ей продавать связанные вещи: шапочку за 300 рублей, а шарф за 500 рублей.

1) Постройте КПВ студентки Маши.

2) Сможет ли Маша съездить домой, если билет в одну сторону стоит 2800 рублей (обратный билет ей обещали купить родители)

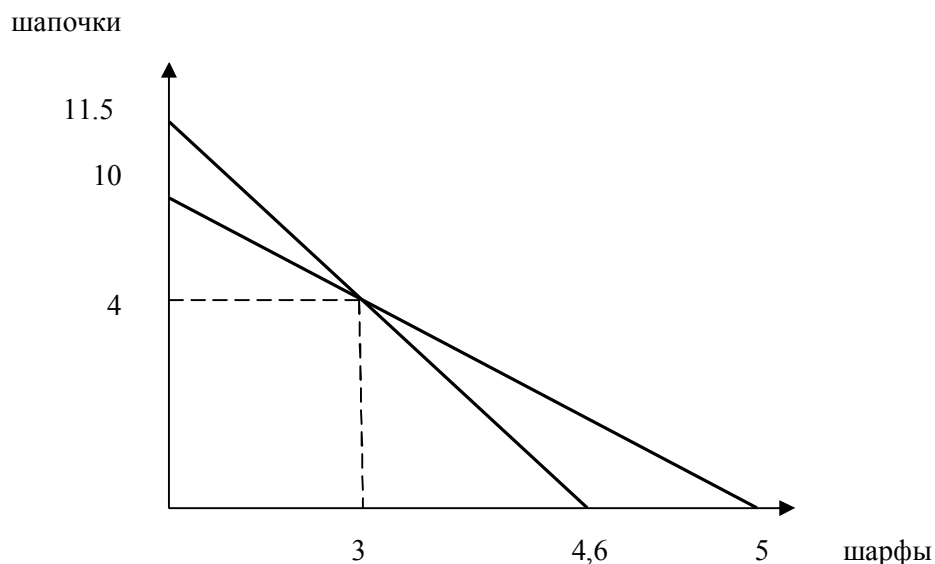
Решение:

1) Рассчитаем производственные ограничения Маши по времени и по деньгам.

А) Если Маша все 40 часов будет вязать шапочки, то она свяжет 10 штук, а если будет вязать только шарфы, свяжет 5 штук..

Б) На сумму 1150 рублей Маша сможет купить пряжи 11,5 моточков. Если Маша всю пряжу использует на шапочки, то свяжет 11,5 штук, а если на шарфы, то свяжет 4,6 штуки.

В) Изобразим производственные ограничения на графике:



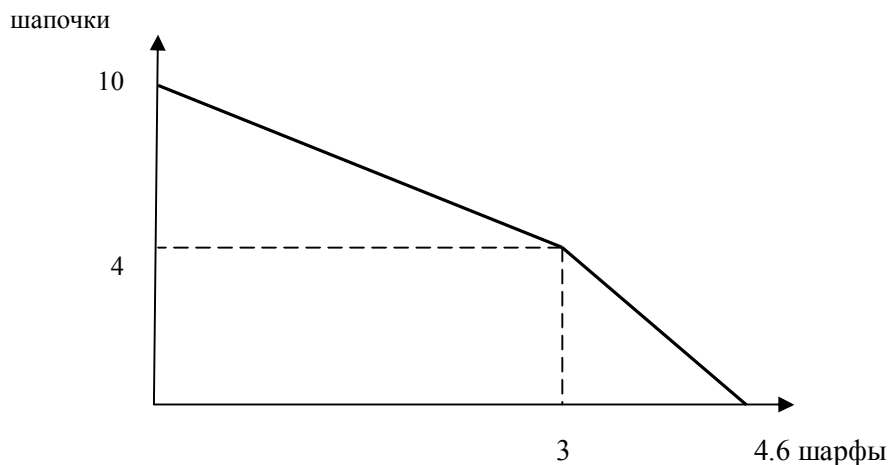
Г) запишем производственное ограничение по времени: $40 = 4 \cdot Q_{\text{шап}} + 8 \cdot Q_{\text{шарф}}$

XX МЕЖРЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФЕСТИВАЛЬ ШКОЛЬНИКОВ
«СИБИРИАДА. ШАГ В МЕЧТУ»

Д) запишем производственное ограничение по количеству денег, которые может выделить Маша на пряжу: $1150 = 1 \cdot 100 \cdot Q_{\text{шап}} + 2,5 \cdot 100 Q_{\text{шарф}}$

Е) решая эту систему уравнений, получаем точку пересечения производственных ограничений.: $Q_{\text{шап}} = 4$, $Q_{\text{шарф}} = 3$

Ж) Теперь построим КПВ (просто уберем лишние участки на выше построенном рисунке)



2) Найдем выручку Маша в крайних точках и точке перегиба КПВ:

А) $TR_1 = 10_{\text{шап}} \cdot 300 = 3000$ рублей

Б) $TR_2 = 4,6_{\text{шарфа}} \cdot 500 = 2300$ рублей

В) $TR_3 = 4_{\text{шап}} \cdot 300 + 3_{\text{шарфа}} \cdot 500 = 2700$ рублей

Наибольшая выручка Маша составит 3000 рублей, т.е. достаточно для покупки билета.

Ответ: 2) Маша сможет купить билет домой, если свяжет и продаст 10 шапочек.

Критерии оценивания:

1) Построение производственных ограничений 6 баллов (по 3 балла за каждое).
Дети могут записать функции ограничений, без построения графиков:

$$1150 = 100Q_{\text{шап}} + 250Q_{\text{шарф}} \text{ и } 40 = 4Q_{\text{шап}} + 8Q_{\text{шарф}}$$

2) Построение КПВ 8 баллов (дети могут построить КПВ другим образом, например, перебором вариантов)

3) Расчет возможной выручки в крайних точках и точке перегиба КПВ 6 баллов (по 2 балла расчет одной выручки)

4) Правильный выбор производственного варианта 2 балла.

Задача 2 (18 баллов)

**XX МЕЖРЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФЕСТИВАЛЬ ШКОЛЬНИКОВ
«СИБИРИАДА. ШАГ В МЕЧТУ»**

Запасы нефти на начало XX в. составляли 20 млрд. баррелей. Известно, что человечество тратит не менее 50 млн баррелей в год. До начала 2001 г. было истрачено 10 млрд. баррелей, с середины XX в. по конец 2008 г. - тоже 10 млрд. баррелей. Доказать, что при сохранении средних объемов расходования, сложившихся в период 2001-2008 гг., нефть закончится не позднее 2036 г.

Решение:

1) Допустим в период с 1901 года по 1950 потребление нефти было минимальным, т.е. составляло по 50 млн баррелей в год. Тогда за этот период было израсходовано 2,5 млрд баррелей нефти. **(4 балла)**

2) Из условия следует, что потребление нефти в период с 2001 по 2008 год было равно потреблению за 50 лет (с 1901 по 1950 гг), т.е составило 2,5 млн баррелей.

3) Тогда за период с 1951 до 2001 гг было израсходовано $(10 - 2,5) = 7,5$ млн баррелей нефти. **(4 балла)**

4) Годовые объемы расходования нефти с 2001 по 2008 гг равны $(2,5/8) = 0,3125$ млрд баррелей в год **(4 балла)**

5) При сохранении таких объемов потребления в период с начала 2009 по 2036 гг человечеству понадобится $(0,3125 \cdot 28 \text{ лет}) = 8,75$ млрд баррелей. **(4 балла)**

Но, запасы нефти к концу 2008 года составляли только $(20 - 10 - 2,5) = 7,5$ млрд баррелей нефти.

Т.о. при сохранении годовых темпов потребления нефти на уровне 0,3125 млрд баррелей в год человечеству не хватит нефти до 2036 года. **(2 балла)**

(или можно посчитать на сколько лет хватит запасов нефти $7,5 \text{ млрд} / 0,3125 \text{ млрд} = 24$ года, а с конца 2008 года до конца 2036 года еще 28 лет)

Критерии оценивания: (см. в решении задачи)

Задача 3 (15 баллов)

В маленьком городке N школьники очень любят чипсы. На рынке чипсов в городке N спрос и предложения линейны. Известно, что в равновесии спрос и предложение имеют единичную эластичность. Кроме того, известно, что при цене 80 рублей и выше школьники чипсы не покупают вообще, и продать более 480 пачек в день не удастся. Мэрия городка N, беспокоясь о здоровье школьников, установила фиксированную цену на чипсы, после чего на рынке возникли излишки 300 пачек чипсов.

1) Запишите функции спроса и предложения на рынке чипсов в городке N.

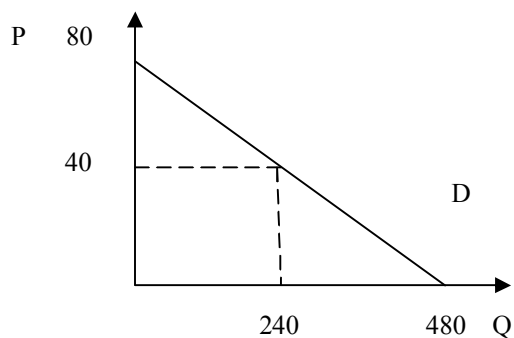
2) Какую цену установила мэрия городка?

3) Постройте графическую модель данной ситуации.

Решение:

1) Запишем функцию спроса на рынке чипсов городка N:

**XX МЕЖРЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФЕСТИВАЛЬ ШКОЛЬНИКОВ
«СИБИРИАДА. ШАГ В МЕЧТУ»**



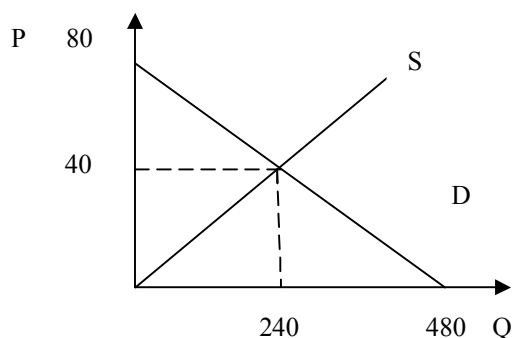
а) Из условия задачи следует, что при $P = 80$ $Q = 0$ и $Q = 480$ при $P = 0$.

б) Поскольку спрос имеет единичную эластичность в точке равновесия, то равновесные значения составляют $P = 40$, $Q = 240$.

в) Спрос имеет линейный вид, построим заданный спрос на графике.

г) Запишем функцию спроса: составим систему уравнений $240 = 40 \cdot a + b$ и $480 = a \cdot 0 + b$, отсюда $b = 480$, $a = -6$, функция спроса имеет вид **$Q_d = 480 - 6P$**

2) Запишем функцию предложения на рынке чипсов городка N:

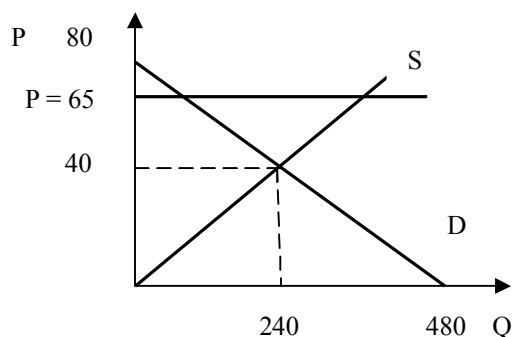


а) Поскольку предложение имеет единичную эластичность, то график выходит из начала координат

б) равновесные значения составляют $P = 40$, $Q = 240$.

в) Построим график предложения и запишем его функцию: $240 = 40 \cdot a$, отсюда $a = 6$, **$Q_s = 6P$**

3)



рынок чипсов

а) Запишем функцию излишков: $(Q_s - Q_d) = (6P - 480 + 6P) = (12P - 480)$

б) По условию излишки равны 300 ед, найдем цену, которую установила мэрия $(12P - 480) = 300$, следовательно зафиксированная цена составляет $P = 65$ руб.

в) Построим графическую модель рынка чипсов в городке N.

Ответ: 1) $Q_d = 480 - 6P$ $Q_s = 6P$ 2) $P = 65$ рублей.

Критерии оценивания:

1) Запись функции спроса 4 балла

2) *Запись функции предложения 4 балла*

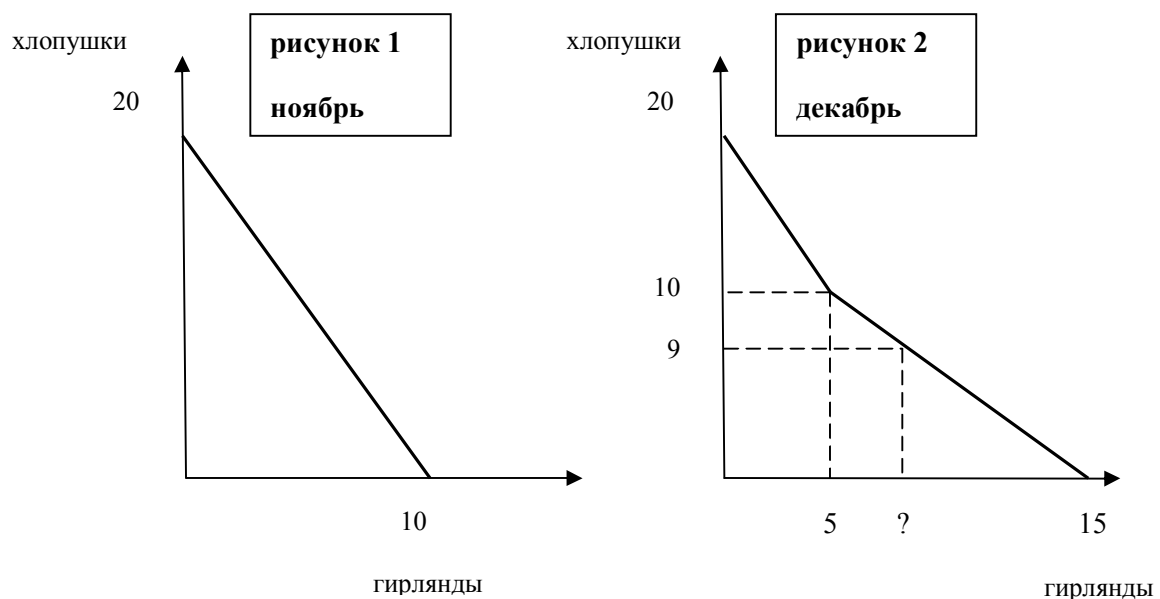
3) *Определения зафиксированной цены 4 балла*

4) *Построение графической модели 3 балла*

Задача 4 (20 баллов)

У гр.Палкина есть 200 рублей, которые он готов потратить на елочные украшения. На первом рисунке представлена бюджетная линия гр. Палкина на гирлянды и хлопушки фирмы "Елка" в ноябре. В декабре фирма провела предновогоднюю торговую акцию. На втором рисунке представлена бюджетная линия гр. Палкина в условиях предновогодней акции.

1) Опишите, какую предновогоднюю акцию проводила фирма "Елка" в декабре, (ответ обоснуйте расчетами). 2) Сколько гирлянд смог купить в декабре гр. Палкин, если он приобрел 9 хлопушек?



Решение:

1) Используя рисунок 1, найдем цены хлопушек и гирлянд в ноябре по формуле $P = I/Q$

$P_{\text{хлопушки}} = 200/20 = 10$ рублей, $P_{\text{гирлянды}} = 200/10 = 20$ рублей

2) Из рисунка 2 ясно, что цена хлопушек не изменилась, т.к. по-прежнему можно купить 20 штук при доходе 200 рублей, а гирлянды подешевели, т.к. их теперь можно купить 15 штук.

3) 5 гирлянд продается по старой цене $P = 20$ рублей, а еще $10 = (15 - 5)$ гирлянд можно купить по новой цене.

XX МЕЖРЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФЕСТИВАЛЬ ШКОЛЬНИКОВ
«СИБИРИАДА. ШАГ В МЕЧТУ»

4) Найдем новую цену гирлянды из уравнения $200 = 5 \cdot 20 + 10 \cdot P_2$ гирл, отсюда новая цена гирлянды P_2 гирл = 10 рублей, т.е. скидка на гирлянды составила 50%. Но, скидка предоставлялась **только после покупки 5 гирлянд**.

5) Фирма проводила акцию "при покупке 5 гирлянд предоставляется 50% скидка на **следующие** покупки гирлянд"

6) Найдем Q - количество гирлянд, которое гр. Палкин купил в декабре со скидкой 50%: $200 = 5 \cdot 20 + 9 \cdot 10 + Q \cdot 10$, т.е. $Q = 1$

7) Найдем количество гирлянд, которое гр. Палкин купил в декабре $(5 + 1) = 6$ гирлянд

Ответ: 1) Фирма проводила акцию "при покупке 5 гирлянд предоставляется 50% скидка на покупку следующих гирлянд" 2) В декабре гр. Палкин купил 6 гирлянд.

Критерии оценивания:

1) Определение первоначальных цен на хлопушки и гирлянды в ноябре 2 балла (по 1 баллу за каждую цену)

2) Определение цен на хлопушки в декабре 3 балла

3) Определение цен на гирлянды в декабре 5 баллов

4) Полная формулировка торговой акции 8 баллов (формулировки типа а) "скидка на гирлянды в декабре 50% - 1 балл, б) "при покупке 5 гирлянд предоставляется скидка 50% - 3 балла)

5) расчет количества купленных гирлянд при покупке 9 хлопушек - 2 балла.

Дети могут представить другие варианты решения.

Задача 5 (28 баллов)

Функция спроса на продукт монополии имеет линейный вид. Фирма получает максимум прибыли реализовав 7 единиц продукта по цене 18 у.е. Затраты монополии заданы $ТС = 50 + 4Q + 0,5Q^2$.

1) Запишите функцию спроса на продукт монополии

2) Государство временно, сроком на 1 год, установило верхний предел цены на данный продукт равный 12 у.е. Какая ситуация возникнет на рынке, дефицит или излишки? Определите величину дефицита или излишков.

3) Какова будет прибыль фирмы в этих условиях?

4) Постройте графическую модель фирмы

XX МЕЖРЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФЕСТИВАЛЬ ШКОЛЬНИКОВ
«СИБИРИАДА. ШАГ В МЕЧТУ»

Решение:

1) Записать функцию спроса можно несколькими способами:

1 способ:

а) Если фирма максимизирует прибыль, то выполняется равенство $MR = MC$. Найдем величину MC в точке равновесия: $MC = (TC)' = (50 + 4Q + 0,5Q^2)' = 4 + Q$. Фирма продает $Q = 7$, следовательно $MR = MC = (4 + 7) = 11$.

б) Общий вид обратной функции спроса $P = a - bQ$, тогда общий вид функции маржинального дохода $MR = a - 2bQ$

в) Подставим имеющиеся данные в эти уравнения: $18 = a - b \cdot 7$ и $11 = a - 2b \cdot 7$. решив эту систему уравнений получим $b = -1$, $a = 25$ **Функция спроса $Q_d = 25 - P$**

2 способ:

а) Если фирма максимизирует прибыль, то выполняется равенство $MR = MC$. Найдем величину MC в точке равновесия: $MC = (TC)' = (50 + 4Q + 0,5Q^2)' = 4 + Q$. Фирма продает $Q = 7$, следовательно $MR = MC = (4 + 7) = 11$.

б) MR является медианой, следовательно для $P = MR = 11$, $Q = 7 \cdot 2 = 14$

в) Теперь мы имеем координаты 2х точек на линейной функции спроса. Составим систему уравнений: $7 = a - b \cdot 18$ и $14 = a - b \cdot 11$, отсюда получаем $b = -1$, $a = 25$

Функция спроса $Q_d = 25 - P$

3 способ:

а) Если фирма максимизирует прибыль, то выполняется равенство $MR = MC$. Найдем величину MC в точке равновесия: $MC = (TC)' = (50 + 4Q + 0,5Q^2)' = 4 + Q$. Фирма продает $Q = 7$, следовательно $MR = MC = (4 + 7) = 11$.

б) Используем индекс Лернера $L = (P - MC)/P$ и $L = 1/Ed$ (берется значение эластичности по модулю)

в) Найдем индекс Лернера $L = (P - MC)/P = (18 - 11)/18 = 7/18$, Эластичность спроса равна обратному значению индекса Лернера. $Ed = 18/7$ (по модулю)

г) составим систему уравнений с использованием коэффициента эластичности:

$7 = a - b \cdot 18$ и $-18/7 = -a \cdot 18/7$, отсюда получаем $b = -1$, $a = 25$. **Функция спроса $Q_d = 25 - P$**

4 способ:

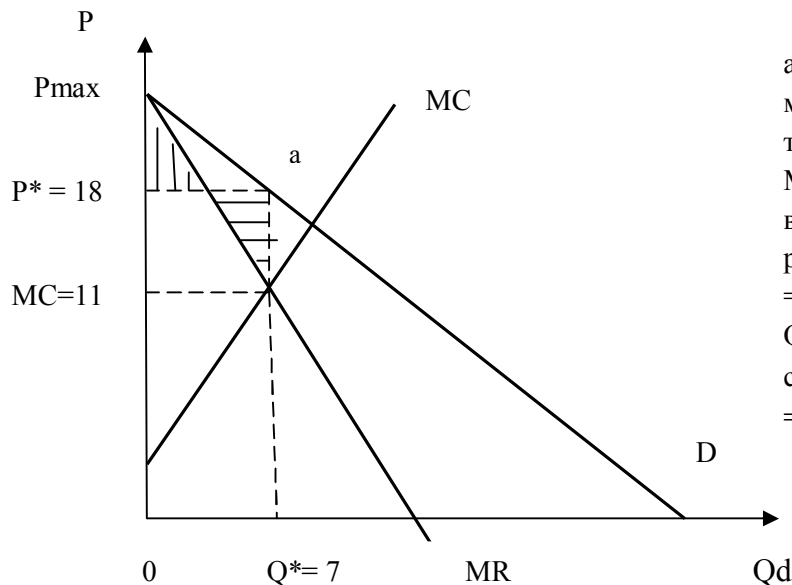
а) Если фирма максимизирует прибыль, то выполняется равенство $MR = MC$. Найдем величину MC в точке равновесия: $MC = (TC)' = (50 + 4Q + 0,5Q^2)' = 4 + Q$. Фирма продает $Q = 7$, следовательно $MR = MC = (4 + 7) = 11$.

б) Используем формулу $P^* = (P_{\max} + MC)/2$, подставим имеющиеся значения $18 = (P_{\max} + 11)/2$, отсюда $P_{\max} = 25$

**XX МЕЖРЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФЕСТИВАЛЬ ШКОЛЬНИКОВ
«СИБИРИАДА. ШАГ В МЕЧТУ»**

в) составим систему уравнений с использованием значения $P_{\max}$: $7 = a - b18$ и $0 = a - b25$. отсюда получаем $b = -1$, $a = 25$. **Функция спроса $Q_d = 25 - P$**

5 способ (геометрический):



а) Если фирма максимизирует прибыль, то выполняется равенство $MR = MC$. Найдем величину MC в точке равновесия: $MC = (TC)' = (50 + 4Q + 0,5Q^2)' = 4 + Q$. Фирма продает $Q = 7$, следовательно $MR = MC = (4 + 7) = 11$.

б) Площадь выручки можно найти как $TR = P^*Q = 7 \cdot 18 = 126$. Это площадь прямоугольника $0 P^* a Q^*$

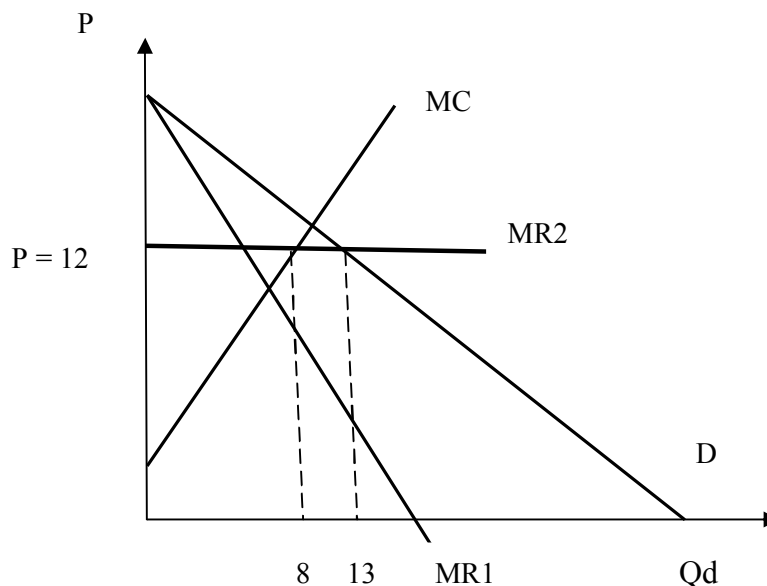
Площадь выручки можно найти как $TR = \sum MR$, это площадь трапеции $0 P_{\max} C Q^*$

Далее можно приравнять эти площади $126 = (11 + P_{\max}) \cdot 7 / 2$, и найти отсюда

$P_{\max} = 25$, затем записать функцию спроса как в способе 4.

Или можно заметить, что площади заштрихованных треугольников равны и отсюда найти $P_{\max}$, затем записать функцию спроса как в способе 4.

2) Если государство установит верхний предел цены на уровне 12, то возникнет дефицит.



а) Поскольку фирма все единицы продукта будет продавать по $P = 12$, то ее маржинальный доход совпадет с ценой, т.е. $MR = 12$

б) Для определения оптимального объема фирма использует равенство $MR = MC$, т.е. $12 = 4 + Q$, отсюда $Q^* = 8$

XX МЕЖРЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФЕСТИВАЛЬ ШКОЛЬНИКОВ
«СИБИРИАДА. ШАГ В МЕЧТУ»

в) Но, при такой цене спрос на продукт фирмы составит $Q_d = 25 - P = 25 - 12 = 13$ ед. Следовательно возникнет дефицит равный $(13 - 8) = 5$ ед.

г) Найдем прибыль фирмы в этих условиях: $TR = P \cdot Q = 12 \cdot 8 = 96$, $TC = 50 + 4Q + 0,5Q^2 = 50 + 4 \cdot 8 + 0,5 \cdot 64 = 114$.

$\Pi = TR - TC = 96 - 114 = -18$ у.е. Поскольку убытки фирмы меньше, чем TFC, то в краткосрочном периоде фирма не уйдет с рынка.

Ответ: 1) $Q_d = 25 - P$ 2) дефицит равен 5 ед, 3) убытки = 18 у.е.

Критерии оценивания:

1) Запись функции спроса 10 баллов

2) Определение величины дефицита 6 баллов

3) расчет убытков фирмы 4 балла

4) Построение графической модели фирмы 8 баллов.