XIX МЕЖРЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФЕСТИВАЛЬ ШКОЛЬНИКОВ «СИБИРИАДА. ШАГ В МЕЧТУ»
Решебник.

Задача 1. Монополист, эластичность и оптимум.

Известно, что месячный спрос на продукцию монополиста линеен и при объеме производства и продаж менее 80 ед. товара характеризуется как эластичный, а при объеме производства и продаж более 80 ед. товара — как неэластичный. Максимум выручки монополист может получить, если будет продавать продукцию по цене 50 эконо за единицу товара. Средние переменные издержки монополиста не зависят от объема производства и равны 30 эконо, а величина его средних постоянных издержек при оптимальном объеме производства на 40% меньше величины предельных издержек при объеме производства, обеспечивающем монополисту максимум выручки.

а) Рассчитайте величину общих постоянных издержек монополиста.

б) Определите максимальную прибыль монополиста.

в) Покажите решение на графике, указав на нем величину общих постоянных издержек и прибыль монополиста.

Решение.

Пусть функция спроса задана уравнением $\boldsymbol{Q = a - \frac{a}{b} \cdot P}$, или $\boldsymbol{P = b - \frac{b}{a} \cdot Q}$.

Из свойств линейной функции спроса следует (это можно доказать, но можно и сослаться на знание этих свойств), что:

а) максимум выручки можно получить при цене равной $\frac{\boldsymbol{b}}{2}$ и объеме продаж равном $\frac{\boldsymbol{a}}{2}$;

б) максимум выручки соответствует точке, в которой функция спроса обладает единичной эластичностью.

Из условия, что «при объеме производства и продаж менее 80 ед. товара (спрос) характеризуется как эластичный, а при объеме производства и продаж более 80 ед. товара – как неэластичный» следует, что спрос обладает единичной эластичностью при объеме производства и продаж равном 80 ед. товара, а значит $\boldsymbol{a} = 160$.

Из условия, что «максимум выручки монополист может получить, если будет продавать продукцию по цене 50 ден. ед. за единицу товара» получаем, что $\boldsymbol{b} = 100$.

Отсюда получаем, что функция спроса на продукцию монополиста имеет вид $\boldsymbol{Q} = 160 - 1{,}6 \cdot \boldsymbol{P}$, или $\boldsymbol{P} = 100 - 0{,}625 \cdot \boldsymbol{Q}$. Следовательно, функция предельного дохода монополиста имеет вид $\boldsymbol{MR} = 100 - 1{,}25 \cdot \boldsymbol{Q}$.

Так как «средние переменные издержки монополиста не зависят от объема производства и равны 30 ден.ед.», то общие переменные издержки будут равны $\boldsymbol{TVC} = 30 \cdot \boldsymbol{Q}$, а значит, предельные издержки будут равны $\boldsymbol{MC} = 30$, т.е. как и средние переменные издержки они не зависят от объема производства и равны 30 ден. ед.

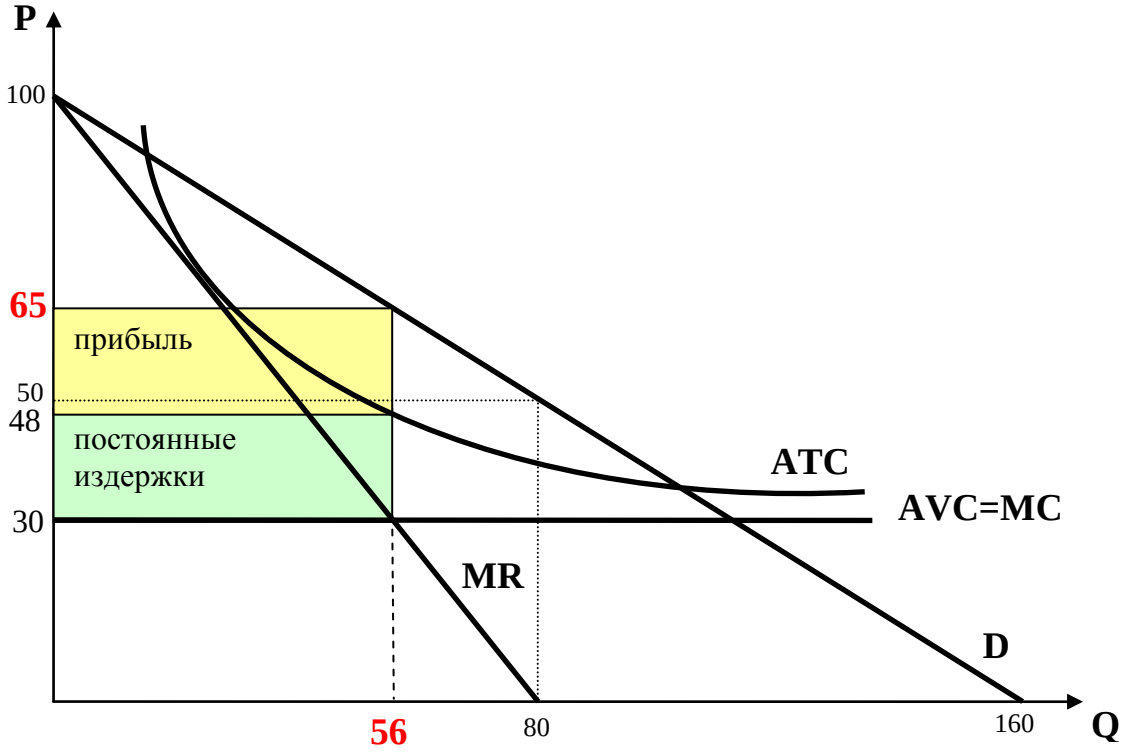
Приравниваем $\boldsymbol{MR}$ и $\boldsymbol{MC}$. Получаем, что оптимальный объем производства равен 56 ед. товара.

Находим величину средних постоянных издержек при оптимальном объеме производства $\boldsymbol{AFC} = 0{,}6 * 30 = 18$. (Напоминаем, что в нашем случае предельные издержки не зависят от объема производства). Отсюда следует, что общие постоянные издержки будут равны $\boldsymbol{TFC} = 18 \cdot 56 = 1008$ ден. ед.

Цена, которую установит монополист, для получения максимальной прибыли, равна $\boldsymbol{P} = 100 - 0{,}625 \cdot 56 = 65$. Значит, выручка монополиста будет равна $\boldsymbol{TR} = \boldsymbol{P} \cdot \boldsymbol{Q} = 65 \cdot 56 = 3640$ ден. ед.

Издержки монополиста будут равны $\boldsymbol{TC} = \boldsymbol{TFC} + \boldsymbol{TVC} = 1008 + 30 \cdot 56 = 2688$ ден.ед. Таким образом, максимальная прибыль монополиста будет равна $3640 - 2688 = 952$ ден. ед.

На рисунке представлен график, иллюстрирующий решение задачи.



Ответ:

А) Общие постоянные издержки монополиста равны 1008 ден. ед.

Б) Максимальная прибыль монополиста равна 952 ден. ед.

В) См. рисунок.

Задача 2. Путешествие Карлсона.

Карлсон собирается в путешествие по крышам столиц европейских государств. Он предусмотрительно решил запастись всем необходимым и, прежде всего, любимыми продуктами — медом и вареньем. На их покупку у Карлсона есть всего 800 крон, и от того, сколько на эти деньги можно купить меда и варенья, зависит, сколько дней он сможет путешествовать. Дневной рацион Карлсона известен — 2 баночки меда и 3 баночки варенья. Известны и цены на любимые продукты Карлсона — одна баночка любого лакомства стоит 20 крон.

а) Изобразите графически множество всех доступных Карлсону наборов (на оси *Ox* указывайте количество баночек с медом, а на оси *Oy* — количество баночек с вареньем) и рассчитайте, сколько дней намерен путешествовать Карлсон.

б) Узнав о планах Карлсона, продавец варенья предложил ему получить дисконтную карту, которая дает право на скидку в 50%, но только если Карлсон купит у него сначала 10 баночек варенья по цене без скидки. Покажите на графике, как изменится множество всех доступных Карлсону наборов, и оцените, сколько дней теперь сможет путешествовать Карлсон.

в) Продавец меда тоже решил поддержать Карлсона и предложил ему купить **одну** коробку меда (в коробке 25 баночек) со скидкой 26%. Однако, если меда надо больше, то его придется докупать по цене без скидки, а если покупать меньше коробки, то скидки тоже не будет. Покажите на графике, как теперь изменится множество всех доступных Карлсону наборов, и оцените, сможет ли Карлсон в этом случае еще продлить путешествие.

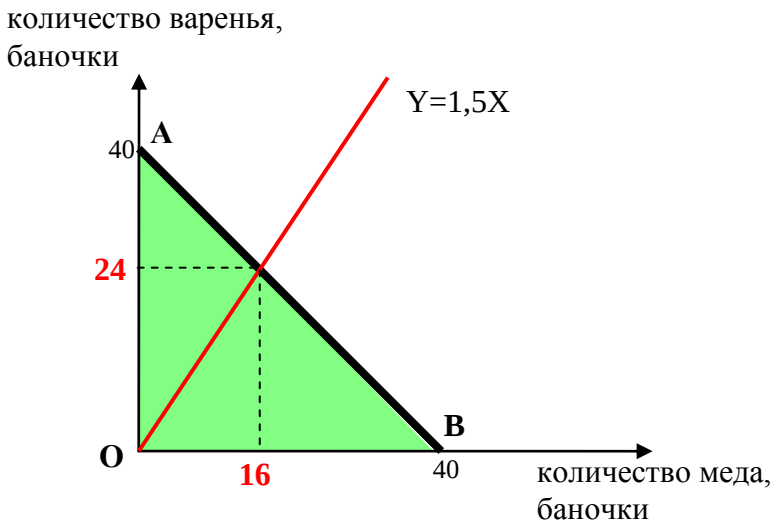
Решение.

Все наборы, состоящие из баночек с медом и баночек с вареньем, которые представляют для Карлсона интерес, лежат на прямой, имеющей вид $\boldsymbol{Y = 1{,}5X}$, где X - это количество баночек с медом, а Y - количество баночек с вареньем. Эта прямая соответствует условию, что ежедневно Карлсону нужно 2 баночки меда и 3 баночки варенья.

А) Множество доступных Карлсону наборов (треугольник $\boldsymbol{AOB}$) определяется бюджетным ограничением, которое описывается функцией $\boldsymbol{Y = 40 - X}$, ***при*** $0 \le \boldsymbol{X} \le 40$. Если Карлсон все

деньги потратит на варенье, то сможет купить 40 баночек, а если на мед, то тоже только 40 баночек. Оптимальное решение в данном случае будет – купить 18 баночек меда и 24 баночки варенья. Это решение мы нашли, приравняв соответствующие функции $40 - \boldsymbol{X} = 1{,}5\boldsymbol{X}$.

А это значит, что путешествовать с данным запасом меда и варенья Карлсон сможет 8 дней.



Б) Предложение продавца варенья расширит множество доступных Карлсону наборов. Если он будет покупать меньше 10 баночек варенья, то бюджетное ограничение у него будет описываться прежней функцией $\boldsymbol{Y} = 40 - \boldsymbol{X}$, а дальше начинает действовать дисконтная карта продавца варенья – теперь одна баночка варенья будет стоить для Карлсона только 10 крон. Снижая объем покупки меда на 1 баночку, он теперь имеет возможность дополнительно купить 2 баночки варенья. И если Карлсон все деньги потратит на варенье, то сможет купить $10 + \frac{(800 - 10 \cdot 20)}{10} = 70$ баночек.

В общем виде бюджетное ограничение в данном случае можно записать следующим образом:

$$\boldsymbol{Y} = \begin{cases} 70 - 2\boldsymbol{X}, & \textit{при } 0 \le \boldsymbol{X} \le 30 \\ 40 - \boldsymbol{X}, & \textit{при } 30 \le \boldsymbol{X} \le 40 \end{cases}$$

Множество доступных Карлсону наборов – это четырехугольник $\boldsymbol{A_1OBC}$. Линия, соответствующая рациональному выбору Карлсона пересекает новую бюджетную линию при объемах покупки варенья больше 10, а значит, мы может получить оптимальный набор, приравняв соответствующие функции $70 - 2\boldsymbol{X} = 1{,}5\boldsymbol{X}$.

Оптимальное решение в данном случае будет – купить 20 баночек меда и 30 баночки варенья.

С таким запасом Карлсон может путешествовать уже 10 дней.

Б) Предложение продавца меда еще больше расширит множество доступных Карлсону наборов. Если он будет покупать меньше 25 баночек меда, его бюджетное ограничение будет описываться прежней функцией $\boldsymbol{Y} = 70 - 2\boldsymbol{X}$. А при покупке 25 баночек меда (т.е. целой коробки), у него появляются дополнительные возможности, связанные с возможностью экономии. Экономия составит $(25 \cdot 0{,}26 \cdot 20) = 130$ крон. На эти деньги дополнительно можно приобрести 13 баночек варенья, т.е. теперь при покупке 25 баночек меда Карлсон имеет возможность купить уже не 20, а 33 баночки варенья. Если же Карлсон захочет большее количество меда, то в дальнейшем ради дополнительной баночки меда ему придется снижать количество закупаемого варенья на 2 баночки. Такое положение дел будет продолжаться до тех пор, пока количество закупаемых баночек варенья не сократится до 10. При покупке менее 10 баночек варенья Карлсон остается без дисконтной карты и вынужден за каждую баночку варенья, как и за баночку меда, платить 20 крон. Однако из-за того, что он сэкономил 130 крон на покупке коробки с медом, он дополнительно может купить $\frac{130}{20} = 6{,}5$ баночек меда. (Нецелое количество баночек – это, конечно, не очень хорошо, но что делать – таковы оказались условия сделки). Итак, при условии расходования всех денег на мед, Карлсон потенциально может приобрести 46,5 баночек меда.

В общем виде бюджетное ограничение в данном случае можно записать следующим образом:

$$\boldsymbol{Y} = \begin{cases} 70 - 2\boldsymbol{X}, & \textit{при } 0 \le \boldsymbol{X} < 25 \\ 83 - 2\boldsymbol{X}, & \textit{при } 25 \le \boldsymbol{X} \le 36{,}5 \\ 46{,}5 - \boldsymbol{X} & \textit{при } 36{,}5 \le \boldsymbol{X} \le 46{,}5 \end{cases}$$

И такое бюджетное ограничение расширяет возможности использования наборов для Карлсона. Наиболее наглядно это можно увидеть на рисунке. Теперь множество доступных Карлсону наборов – это многоугольник $\boldsymbol{A_1OB_1C_1DF}$. Следует обратить особое внимание на то, что множество доступных наборов расширилось не только за счет наборов, которые можно купить, но и за счет наборов, которые купить нельзя, но которые оказались доступны в силу того, что при покупке набора, соответствующего точке на плоскости с координатами $(\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y})$, потребителю оказываются доступны наборы с координатами $(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$, где $\boldsymbol{x} \le \boldsymbol{X}$ и $\boldsymbol{y} \le \boldsymbol{Y}$. А это значит, что множество доступных наборов для Карлсона расширилось и на треугольник $\boldsymbol{FDG}$. Теперь приобретая набор, соответствующей точке $\boldsymbol{D}$ (25 баночек меда и 33 баночки варенья), Карлсону становится доступен набор (22 баночки меда и 33 баночки варенья).

Итак, у Карлсона появилась возможность использовать набор - 22 баночки меда и 33 баночки варенья, и с таким запасом он может путешествовать на один день больше, т.е. путешествие может длиться 11 дней. При этом у него остаются 3 баночки меда, которые хотя и пригодятся Карлсону по возвращению из путешествия, но в рамках поставленной задачи не имеют для него никакой ценности. Вот если бы можно было обменять у Фрекен Бок одну баночку меда на 3 дополнительные баночки варенья… Тогда можно было бы путешествовать еще на один день больше.

Ответ на вопрос, сколько дней будет путешествовать Карлсон, также можно получить, если выполнить совсем несложные расчеты по сути не требующих никаких специальных знаний.

А) Без скидки расходы Карлсона на покупку «дневного» набора составляют:

$Q_{\text{ìåäà}} \cdot P_{\text{ìåäà}} + Q_{\text{âàðåíüÿ}} \cdot P_{\text{âàðåíüÿ}} = 2 \cdot 20 + 3 \cdot 20 = 100$ крон. Значит, он сможет путешествовать $\frac{800}{100} = 8$ дней, купив (2·8)=16 баночек меда и (3·8)=24 баночки варенья.

Б) Получив предложение скидки от продавца варенья, Карлсон мог рассуждать примерно так: «И без скидки я могу путешествовать 8 дней, значит со скидкой наверное смогу купить продуктов больше и тогда удастся продлить путешествие. На 8 дней мне теперь потребуется всего $\underbrace{(10 \cdot 20) + (24 - 10) \cdot (20 \cdot 0{,}5)}_{\text{расходы на покупку варенья}} + \underbrace{(16 \cdot 20)}_{\text{расходы на покупку меда}} = (200 + 140) + 320 = 660$ крон.

Экономия составила $(800 - 660) = 140$ крон.

Поскольку «дневной» набор теперь стоит $(2 \cdot 20 + 3 \cdot (20 \cdot 0{,}5)) = 70$ крон, то это значит, что сэкономленных денег хватит еще на $\frac{140}{70} = 2$ дня путешествия.

Итак, теперь можно путешествовать 10 дней, купив (2·10)=20 баночек меда и (3·10)=30 баночек варенья».

В) Что дает оптовая скидка продавца меда? Покупать больше 20, но меньше 25 баночек меда Карлсону совсем не выгодно, так как придется сокращать объем покупки варенья, а значит и путешествовать 10 дней уже не получится. А вот если купить коробку меда (25 баночек), то с учетом оптовой скидки (26%) расходы на покупку меда составят (25·20·0,74)=370 крон. Посчитаем, сколько теперь можно купить варенья. Купив коробку меда и 10 баночек варенья (без скидки) Карлсон израсходует: $\underbrace{370}_{\text{расходы на покупку меда}} + \underbrace{(10 \cdot 20)}_{\text{расходы на покупку варенья}} = 570$ крон. На

оставшиеся деньги (800-570)=230 крон Карлсон может купить $\frac{230}{10}=23$ баночки варенья. Всего получается (10+23)=33 баночки варенья. Оценим, сколько дней с таким набором (25 баночек меда и 33 баночки варенья) сможет путешествовать Карлсон. Варенья ему хватает на $\frac{33}{3}=11$ дней, а меда на $\frac{25}{2}=12{,}5$ дней. Найдем минимум из этих двух чисел $\boldsymbol{min(}11\,\boldsymbol{и}\,12{,}5\boldsymbol{)}=11$ дней Итак, Карлсон может продлить путешествие еще на один день. На 11 дней ему требуется 33 баночки варенья и 22 баночки меда. Еще осталось 3 баночки меда, их хватило бы еще на один день, но на покупку дополнительного варенья уже нет денег.

Ответ:

А) Карлсон намерен путешествовать 8 дней.

Б) Теперь Карлсон сможет путешествовать 10 дней.

В) Карлсон сможет продлить путешествие еще на один день. Он сможет путешествовать 11 дней.

Задача 3. Рациональная аренда — 2

Молодой преподаватель экономики снимает квартиру в городе N. В начале каждого месяца он платит за аренду 26 000 руб., снимая деньги со своего счета в банке. Ежемесячно на сумму остатка на счете банк начисляет 1%.

Придя в начале очередного месяца за деньгами, хозяин квартиры предложил молодому экономисту следующую «сделку»: если сейчас арендная плата будет внесена сразу за *k* месяцев, то арендная плата за каждый из этих месяцев составит 25000 руб. Значение *k* определяет сам арендатор.

Стоит ли экономисту соглашаться на это предложение? Если да, то, каково оптимальное для него значение *k*?

При решении учитывайте, что до окончания договора аренды остается ровно год, и преподаватель, принимая решение, максимизирует сумму, которая останется у него на счете на эту дату. Кроме того, предполагайте, что сумма, которая имеется на счету у арендатора, достаточно велика: ее хватит для оплаты аренды в течение года при любом выбранном варианте.

Решение:

Обозначим за S_k сумму, которая будет на счете через год, если арендатор заплатит за *k* месяцев вперед. (Заметим, что случай *k*=0 соответствует отказу от предложения.)

$$S_k=(X-25000k)\times 1{,}01^{12}-26000\times 1{,}01^{12-k}-\ldots-26000\times 1{,}01$$

Рассмотрим выражение $S_{k+1}-S_k$. Если это выражение больше 0 для некого *k*, то это *k* не оптимально для арендатора: выгоднее выбрать значение на единицу больше.

$$S_{k+1}-S_k=\square=26000\times 1{,}01^{12-k}-25000\times 1{,}01^{12}=1{,}01^{12-k}\times 1000\times(26-25\times 1{,}01^{k})$$

(Заметим, что для нахождения этой разницы нам не пришлось считать сумму прогрессии, при вычитании множество одинаковых слагаемых сократились).

Эта разность положительна при маленьких *k*, так что соглашаться на предложение лучше, чем не соглашаться. К тому же, она убывает по *k*, следовательно, если наибольшее *k** — наибольшее *k*, при котором она положительна, то оптимальным будет *k**+1. $25000\cdot 1{,}01^4>25000\cdot 1{,}04=26000$, и поэтому $S_5-S_4<0$. Значит, оптимальным является $k=4$.

Ответ: предложение выгодно; оптимально оплатить аренду сразу за четыре месяца.

Задача 4. Торговля Гаджетами

В двух соседних странах функции внутреннего спроса и предложения гаджетов линейны. После того, как в начале 2011 года страны начали торговать друг с другом, стало известно, что в стране-импортере цена гаджета изменилась на 6 ден. ед., а функция импорта описывается

уравнением Imp = 80 - 5P_W, где P_W равновесная мировая цена (ден. ед.). О стране-экспортере известно, что увеличение разрыва между равновесной мировой ценой и равновесной внутренней ценой на 1 ден. ед. приводит к увеличению потенциальных объемов экспорта на 10 ед.

а) Определите мировую цену и объемы международной торговли, если расходы на транспортировку гаджетов из страны в страну отсутствуют.

б) После наступления 2012 года в стране-экспортере произошли некоторые изменения. Во-первых, теперь приходится платить фирме-посреднику по t ден. ед. за каждый перевозимый гаджет. Во-вторых, в стране была внедрена технология, снизившая издержки, и позволившая производить на 10 гаджетов больше при любом уровне цены. В результате этих изменений объемы торговли гаджетами между странами сократились на треть. Определите, сколько приходится платить фирме-посреднику за перевозку одного гаджета, и как изменились доходы от экспорта и расходы на импорт в обеих странах.

Решение:

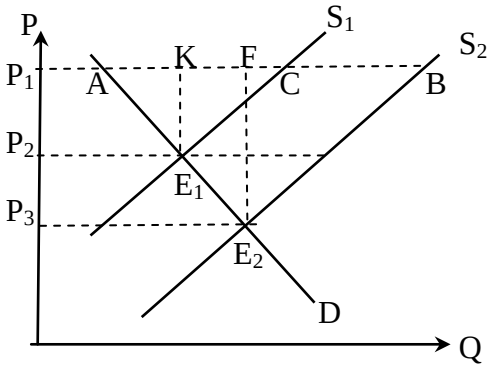
А) Импорт равен нулю, если мировая цена равна внутренней равновесной. Из уравнения импорта $0 = 80 - 5 \cdot P_e$ получаем, что $P_e = \mathbf{16}$. В стране-импортере внутренняя цена всегда выше мировой, следовательно, $P_W = 16 - 6 = \mathbf{10}$ ден.ед. Подставив значение мировой цены в функцию импорта, получаем $Imp = 80 - 5 \cdot 10 = 3\mathbf{0}$ ед.

Ответ: $P_W = \mathbf{10}$ *ден. ед.* , $Imp = Exp = 3\mathbf{0}$ *ед.*

Б) Функция экспорта, исходя из условия, может быть записана $Exp = 10 \cdot (P_W - P_e), P_W > P_e$. Свободного члена в этом уравнении нет, так при $P_W = P_e$ $Exp = \mathbf{0}$.

После введения новой технологии (и пока еще нулевых транспортных затратах) функция экспорта будет выглядеть $Exp = 10 \cdot (P_W - P'_e), P_W > P'_e$, где P'_e – новая равновесная цена внутреннего рынка.

Следует показать, что в результате введения новой технологии коэффициент кратности объема экспорта разрыву мировой и внутренней цены не изменяется.



Графический способ

Длина отрезка $|AC| = Exp$ – величина экспорта, $|E_1K| = (P_W - P_e)$ при $P_W = P_1$, $P_e = P_2$. Аналогично $|AB| = Exp'$ – величина экспорта, $|E_2F| = (P_W - P'_e)$ при $P_W = P_2$, $P'_e = P_3$. Из подобия треугольников AE_1C и AE_2B следует $\frac{|AC|}{|AB|} = \frac{|E_1K|}{|E_2F|} = k$, или иначе $\frac{Exp}{Exp'} = \frac{P_1 - P_2}{P_2 - P_3} = k$. Следовательно, $Exp = k \cdot (P_1 - P_2) = k \cdot (P_W - P_e)$ и $Exp' = k \cdot (P_2 - P_3) = k \cdot (P_W - P'_e)$. То есть при параллельных сдвигах кривой предложения функция экспорта выглядит $Exp = k \cdot (P_W - P_e)$ при неизменном k .

Алгебраический способ

Запишем функции спроса и предложения страны-экспортёра в общем виде:

$Q_D = a - b \cdot P$, $Q_S = c + d \cdot P$, где Q_D и Q_S – объемы спроса и предложения (единиц) соответственно, P – цена (денежных единиц). Тогда функция экспорта в общем виде записывается следующим образом: $Q_{EXP} = Q_S - Q_D = (c - a) + (d + b) \cdot P_W$, (*)

где Q_{EXP} – объем экспорта (ед.), P_W – мировая цена (ден. ед.). Внутренняя равновесная цена определяется как $P_e = \frac{a - c}{b + d}$. Следовательно, $c - a = -(b + d) \cdot P_e$.

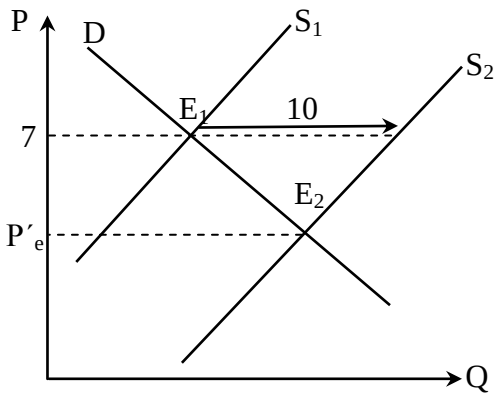
Тогда $Q_{EXP} = -(b + d) \cdot P_e + (b + d) \cdot P_W$ или $Q_{EXP} = (b + d) \cdot (P_W - P_e)$.

Заметим, что последняя формула имеет ясную интерпретацию: экспорт страны прямо зависит от разницы мировой и внутренней цены, т.е. чем более превышает мировая цена внутреннюю, тем больше экспорт.

Таким образом, коэффициент кратности объема экспорта разрыву мировой и внутренней цены равен $(b+d)$ и определяется суммой угловых коэффициентов функций спроса и предложения, но не зависит от параметров параллельного сдвига лини предложения или спроса.

Поскольку до всех событий, описанных в п.Б, равновесная мировая цена была 10, а объем импорта 30, из уравнения экспорта $30 = 10 \cdot (10 - P_e)$ следует, что равновесная цена в стране-экспортере $P_e = 7$.

Поскольку горизонтальный параллельный сдвиг линии предложения в стране-экспортере равен 10, то очевидно, что после введения новой технологии при $P_W = 7$ ден. ед. объем экспорта будет равен 10 ед. (см. рисунок). Тогда, используя новую функцию экспорта без учета транспортных затрат $Exp' = \mathbf{10} \cdot (P_W - P'_e)$, и подставив соответствующие значения, получаем $10 = 10 \cdot (7 - P'_e) \rightarrow P'_e = \mathbf{6}$. Таким образом, новая функция экспорта без транспортных затрат $Exp' = 10 \cdot (P_W - \mathbf{6}) = 10 \cdot P_W - 6\mathbf{0}$, а с транспортными затратами t ден. ед. за штуку $Exp' = 10 \cdot (P_W - t) - 6\mathbf{0}$.



Новую функцию экспорта можно определить и алгебраически, используя не график, а уравнение (*). Поскольку до всех событий, описанных в п.Б, $P_e = 7$ (см. выше), то функция экспорта была $Exp = 10 \cdot P_W - 7\mathbf{0}$, с учетом сдвига линии предложения (на 10 увеличивается параметр ***c*** в уравнении предложения) $Exp = 10 \cdot P_W - 6\mathbf{0}$.

Из условия известно, что объем торговли сократился на треть, то есть стал равен 20 ед. Осталось решить систему уравнений импорта и экспорта для новой ситуации:

$$\begin{cases} 80 - \mathbf{5} \bullet P_W = 2\mathbf{0} \\ 10 \cdot (P_W - t) - 60 = 2\mathbf{0} \end{cases}$$

Итак, $P_W = 12$ ден. ед., $t = \mathbf{4}$ ден. ед. Следовательно, доходы от экспорта равны $(12 - \mathbf{4}) \cdot 20 = 16\mathbf{0}$, а расходы на импорт $12 \cdot 20 = 24\mathbf{0}$.

Ответ:

Перевозка единицы товара X обходится в 4 ден. ед.
Расходы на импорт сократились на 60 ден.ед.
Доходы от экспорта сократились на 140 ден. ед.

Задача 5. Два индекса

Пусть I_1 — величина, показывающая, во сколько раз в текущем периоде подорожал по сравнению с прошлым набор товаров и услуг, который потребитель покупал в прошлом периоде, а I_2 — величина, показывающая, во сколько раз в текущем периоде подорожал по сравнению с прошлым набор товаров и услуг, который потребитель покупает в текущем периоде. Какая из этих величин, скорее всего, будет больше? Объясните свой ответ.

<u>Решение.</u>

Первый индекс (Ласпейреса), скорее всего, будет больше, чем второй (Пааше). Потребитель переключается с дорожающих товаров на заменители (которые, возможно, дорожают меньше или дешевеют). Первый индекс учитывает дорожание потреблявшихся ранее товаров, второй индекс, напротив, не принимает эти товары в рассмотрение.

Можно рассмотреть следующий пример. Если на прошлой неделе в супермаркете была распродажа апельсинов, то потребитель был склонен их купить. На текущей неделе распродажа апельсинов закончилась, но зато началась распродажа яблок — в результате потребитель покупает яблоки, а апельсины — нет. Первый индекс учтет только подорожание апельсинов (по сравнению с распродажей), а второй — только удешевление яблок.

Задача 6.

Ценовая эластичность спроса на практике измеряется с использованием сложных статистических методов. Ниже приводятся два простых метода, которые дают предпринимателям возможность составить представление о степени эластичности спроса на их продукты.

Метод 1. Задайте клиенту два вопроса:

1) Сколько вы сейчас платите за единицу моего продукта? Назовем это ценой P_1;
2) При какой цене вы вообще перестали бы покупать мой продукт? Назовем это ценой P_2.

Чувствительность спроса к изменению цены зависит от отношения P_2 к P_1. Чем это отношение больше, тем менее эластичен спрос.

Метод 2. Представьте себе, что произошло снижение цены вашего продукта. Задайте себе два вопроса.

1) На сколько увеличилась выручка благодаря продаже дополнительных единиц продукции? Назовем ответ на этот вопрос величиной *A*.
2) На сколько уменьшилась выручка от продаж из-за более низкой цены продукции? Назовем ответ на этот вопрос величиной *B*.

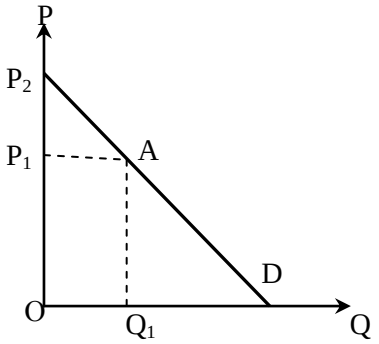
Тогда о степени чувствительности спроса к изменению цены можно судить по отношению *A*/*B*. Чем оно больше, тем эластичнее спрос.

Используя микроэкономическую теорию, покажите, что эти методы действительно дают верное представление о степени эластичности спроса для случая линейных функций спроса

Решение

<u>Метод 1</u>

Известно, что $E_D^P(A) = dQ/dP*P/Q = - OP_1/P_1P_2$. Это формула отношения длин отрезков (см. рисунок).



Следовательно, $|E_D^P(A)| = OP_1/P_1P_2 = OP_1/(OP_2 - OP_1) = 1 / (OP_2/ OP_1 - 1)$.

$OP_2 = P_2$; $OP_1=P_1 \rightarrow |E_D^P(A)| = 1 / (P_2/ P_1 - 1)$.

Очевидно, чем больше отношение P_2/ P_1, тем больше знаменатель и тем меньше дробь, т.е. тем меньше эластичность спроса по цене в точке А, что и требовалось доказать.

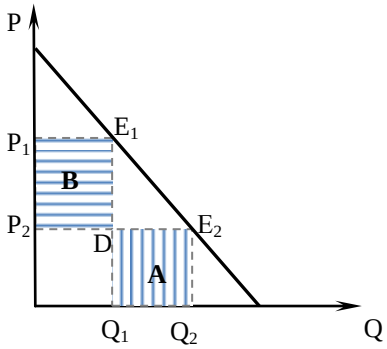
Доказать верность утверждения можно, используя и формулу дуговой эластичности (хотя использование точечной эластичности представляется более правильным). $E_D^P = \frac{Q_2 - Q_1}{P_2 - P_1} \cdot \frac{P_1 + P_2}{Q_1 + Q_2}$. Так как $Q_2 = 0$, то

$$|E_D^P| = \frac{P_1 + P_2}{P_2 - P_1} = \frac{1 + \frac{P_2}{P_1}}{\frac{P_2}{P_1} - 1} = \frac{1}{\frac{P_2}{P_1} - 1} + \frac{\frac{P_2}{P_1}}{\frac{P_2}{P_1} - 1}$$

. Очевидно, что чем больше отношение $\frac{P_2}{P_1}$, тем меньше как первое, так и второе слагаемое. То есть меньше значение коэффициента эластичности. Что и требовалось доказать.

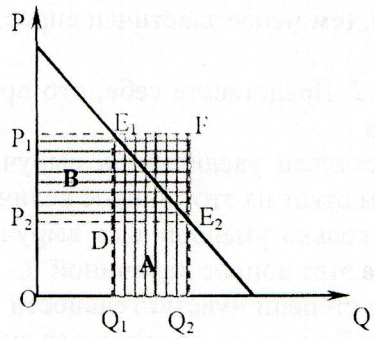
<u>Метод 2</u>

Вспомним, что если при снижении цены выручка растет, то спрос эластичный, если снижается – не эластичный. На графике изменение выручки в результате снижения цены – это разница площадей прямоугольников $OP_2E_2Q_2$ и $OP_1E_1Q_1$, или, что то же самое, площадей прямоугольников $Q_1Q_2E_2D$ и $P_2P_1E_1$ D. Площадь $Q_1Q_2E_2D$ равна $P_2(Q_2 - Q_1)$, то есть увеличение выручки за счет роста объемов продаж, или величина А. Площадь $P_2P_1E_1D$



равна $Q_1(P_1 - P_2)$ или уменьшение выручки в результате снижения цены, то есть величина B. Таким образом $\Delta TR = P_2 \cdot (Q_2 - Q_1) + Q_1 \cdot (P_2 - P_1) = P_2 \cdot (Q_2 - Q_1) - Q_1(P_1 - P_2) = A - B$. Если по абсолютному значению первое слагаемое превышает второе, то выручка растет, и значит, спрос эластичен. Итак, если A>B, или иначе A/B > 1, то спрос эластичен, и чем больше это отношение, тем выше степень его эластичности. Чем оно меньше, тем менее эластичен спрос, а когда A/B < 1, спрос становится неэластичным, и чем меньше это соотношение, тем выше степень его неэластичности.

Примечание. В данном варианте решения мы использовали один из способов разложения изменения выручки по факторам. Возможно получить такое же разложение при противоположной системе взвешивания. Тогда



$\Delta TR = P_1 \cdot (Q_2 - Q_1) + Q_2 \cdot (P_2 - P_1) = P_1 \cdot (Q_2 - Q_1) - Q_2(P_1 - P_2) = A - B$. Соответственно, прирост выручки за счет роста продаж (величина A) равен площади фигуры $Q_1Q_2FE_1$, или $P_1 \cdot (Q_2 - Q_1)$, а сокращение выручки из-за снижения цен (величина B) – площади фигуры $P_1P_2E_2F$, или $Q_2 \cdot (P_2 - P_1)$. Однако, фактически это разница площадей тех же самых прямоугольников $Q_1Q_2E_2D$ и $P_2P_1E_1$ D. Далее – как в предыдущем случае.

Важно! При разложении изменения выручки следить за весами: если изменение за счет одного фактора получается в результате базисного взвешивания, то изменения за счет второго фактора должно быть получено за счет текущего взвешивания.

Председатель оргкомитета,
начальник управления общего образования
министерства образования, науки и инновационной
политики Новосибирской области В.Н. Щукин

Министерство образования, науки и инновационной политики Новосибирской области
ДЛЯ ДОКУМЕНТОВ