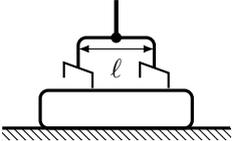
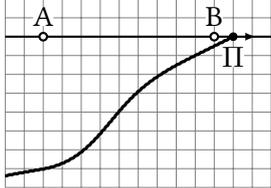
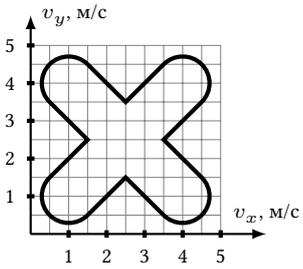
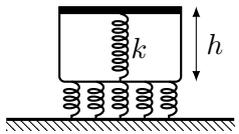
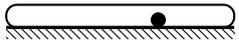
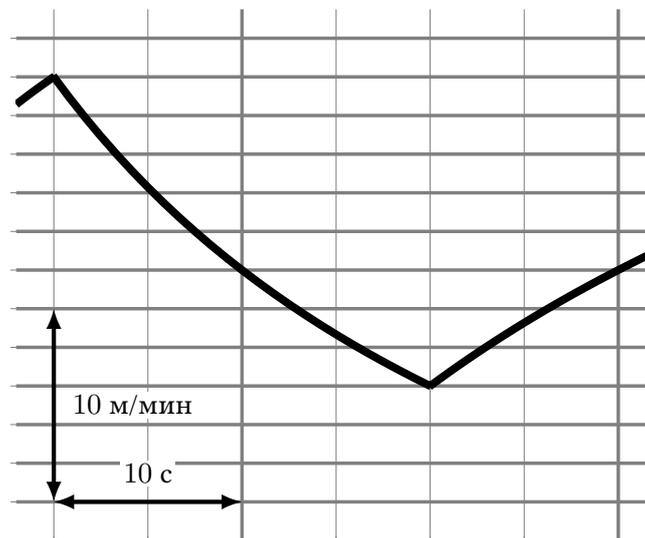


1	<p>Три машины едут из Петербурга в Москву. Первая встреча машин произошла в 17:00 на расстоянии 400 км от Петербурга, вторая — в 18:40 на расстоянии 500 км, а третья — в 19:40 на расстоянии 600 км. Во сколько машины приехали в Москву?</p> <p>Машины едут с постоянной скоростью по одному маршруту длиной 700 км.</p>	
2	<p>Погрузочный кран в порту захватывает контейнер двумя зажимами и переносит его. Расстояние между зажимами рассчитано на стандартный контейнер и равно $\ell = 12$ м, при этом, если модуль разности сил, действующих на зажимы, будет больше 100 кН, соединяющий их механизм сломается. Однажды в порт привезли крупногабаритный груз — длинный контейнер массой 100 т. Рабочие могут определить положение его центра масс, ошибившись не больше, чем на 50 см. Достаточно ли такой точности, чтобы кран гарантированно не сломался?</p>	
3	<p>Блюдец с ледяной крошкой при температуре $T_n = -10$ °C поставили на плиту. Блюдец простояло на плите время $t = 20$ с, после чего через его края начала переливаться вода. Это продолжалось в течение времени $\Delta t = 15$ с. Известно, что вода перестала переливаться, когда растаяла половина льда. Сколько ещё надо подождать, чтобы в блюдце оказалась вода при температуре $T_k = 5$ °C?</p> <p>Считайте, что тепловое равновесие устанавливается быстро, теплообменом с воздухом можно пренебречь, содержимому блюдца передаётся постоянная мощность. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 330$ кДж/кг, удельные теплоёмкости льда и воды равны $c_l = 2,1$ кДж/(кг·°C) и $c_v = 4,2$ кДж/(кг·°C) соответственно.</p>	
4	<p>По озеру с запада на восток идёт пароход. На рисунке показан след дыма, который, за ним остался. В какой точке участка АВ, скорость парохода была максимальной?</p> <p>Считайте, что в течение всего движения дует северный ветер с постоянной скоростью, а дым не движется относительно воздуха.</p>	

<p>5</p>	<p>На рисунке изображён годограф скорости для движения точки по плоскости. Известно, что движение происходило в течение 10 секунд. Определите перемещение точки. Считайте, что участки одной длины соответствуют одинаковому времени, а годограф состоит из отрезков и полуокружностей. <i>Примечание:</i> годограф скорости — кривая, которую описывает конец вектора скорости в процессе движения, если начало вектора всегда совпадает с началом координат.</p>	
<p>6</p>	<p>Цилиндрический стакан герметично закрыт лёгким поршнем, который прикреплён ко дну стакана пружиной жёсткости k. Эту конструкцию пружинами прикрепили ко дну пустого бассейна. Пружины оказались сжаты на Δx. В бассейн начинают наливать воду. На какой глубине находится дно стакана, когда пружины, которыми он прикреплён ко дну будут сжаты на $\Delta x/2$? Масса стакана m, высота h, площадь дна S, поршень может двигаться внутри стакана без трения. Изменением давления воздуха под поршнем пренебречь.</p>	
<p>7</p>	<p>Наблюдая за маленьким шариком, который скользит внутри трубки с постоянной по модулю скоростью, экспериментатор Глюк построил график зависимости средней скорости шарика от времени. Когда историки науки обнаружили в архивах фрагмент этого графика, оказалось, что оси стёрлись, и сохранился только масштаб. Определите длину трубки. При ударе шарика о стенку трубки, его скорость меняется на противоположную. Радиус шарика много меньше длины трубки.</p>	



Возможные решения задач

8 класс

Задача 1. Кто не любит быстрой езды

Удобнее всего решать эту задачу графически. Построим график, где по вертикальной оси отложено расстояние от Петербурга, а по горизонтальной — время. Тогда движению каждой из машин соответствует некоторая прямая, а встречам — точки пересечения прямых. Отметим их на графике, а затем проведём три прямые, которые фиксируются этими точками. Осталось только определить в какой момент времени эти прямые пересекаются с горизонтальной прямой $s = 700$ км. Определив их по графику, получим, что машины приехали в Москву в 20:40, 21:00 и 22:00.



Ответ: Машины приехали в 20:40, 21:00 и 22:00.

№	Критерий	Баллы
1	Установлен «порядок» встреч	1
2	Времена прибытия 20:40, 21:00 и 22:00 (по баллу за каждое)	3
Сумма		4

Задача 2. Две руки

На контейнер действует три силы: сила тяжести, сила F_1 со стороны левого зажима и сила F_2 со стороны правого. Тогда из второго закона Ньютона

$$F_1 + F_2 = mg. \quad (1)$$

Теперь запишем правило рычага для контейнера относительно его центра масс, считая, что при закреплении зажимов рабочие ошиблись на Δx

$$F_1 \left(\frac{\ell}{2} - \Delta x \right) = F_2 \left(\frac{\ell}{2} + \Delta x \right) \quad (2)$$

Откуда

$$(F_1 + F_2)\Delta x = \frac{\ell}{2}(F_1 - F_2) \quad (3)$$

подставив сюда (1) получим, что

$$(F_1 - F_2) = 2mg \frac{\Delta x}{\ell} \quad (4)$$

Видно, что чем больше Δx , тем больше разность сил, действующих на зажимы. Значит можно подставить крайний случай $\Delta x = 50$ см

$$F_1 - F_2 = 2 \cdot 100 \text{ т} \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 \cdot \frac{50 \text{ см}}{12 \text{ м}} \approx 81 \text{ кН}. \quad (5)$$

То есть даже при максимальной ошибке разность сил будет меньше критического значения, поэтому кран гарантировано не сломается.

Ответ: кран гарантировано не сломается

№	Критерий	Баллы
1	Верно записано правило рычага для любой точки	1
2	Верно записан второй закон Ньютона	1
3	Разность сил связана со смещением относительно центра (3)	1
4	Ответ $81 \text{ кН} < 100 \text{ кН}$	1
Сумма		4

Задача 3. Тепло

Пусть масса ледяной крошки в блюде равна M , а мощность плиты P . Тогда за первые $t = 20$ с ледяной крошке передано тепло $Q_1 = Pt$. Это тепло ушло на нагрев всего льда на $\Delta T = 10^\circ\text{C}$, и на плавление какой-то массы льда m_1 . Значит

$$Pt = c_{\text{л}}M\Delta T + \lambda m_1. \quad (6)$$

Дальше, пока весь лёд не растает, в блюде будет находиться лёд и вода при температуре 0°C . Значит в течение следующих $\Delta t = 15$ с всё тепло будет идти на плавление льда, то есть

$$P\Delta t = \lambda m_2 \Rightarrow m_2 = \frac{P\Delta t}{\lambda}. \quad (7)$$

Из условия также следует, что вода перестала вытекать в тот момент, когда растаяла половина льда, значит

$$m_1 + m_2 = \frac{M}{2} \Rightarrow m_1 = \frac{M}{2} - \frac{P\Delta t}{\lambda} \quad (8)$$

Подставив это в (6) получим, что

$$Pt = c_{\text{л}}M\Delta T + \frac{\lambda M}{2} - P\Delta t \Rightarrow P(t + \Delta t) = c_{\text{л}}M\Delta T + \frac{\lambda M}{2}. \quad (9)$$

Теперь найдём время t_x , через которое в блюде будет вода при $T = 10^\circ\text{C}$. Для этого потребуется растопить лёд, которого осталось $M/2$, после чего нагреть $M - m_2$ воды на $\frac{1}{2}\Delta T = 5^\circ\text{C}$, значит

$$Pt_x = \frac{\lambda M}{2} + \frac{1}{2}c_{\text{в}}(M - m_2)\Delta T. \quad (10)$$

Чтобы было проще считать, воспользуемся тем, что $c_{\text{в}} = 2c_{\text{л}}$. Тогда

$$Pt_x = \frac{\lambda M}{2} + c_{\text{л}}(M - m_2)\Delta T. \quad (11)$$

откуда с учётом (9)

$$Pt_x = P(t + \Delta t) - m_2\Delta T = P(t + \Delta t) - P\Delta t \frac{c_{\text{л}}\Delta T}{\lambda}. \quad (12)$$

Таким образом искомое время равно

$$t_x = t + \Delta t \left(1 - \frac{c_{\text{л}}\Delta T}{\lambda}\right) = 20 \text{ с} + 15 \text{ с} \cdot \left(1 - \frac{2,1 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{C}) \cdot 5^\circ\text{C}}{330 \text{ кДж}/\text{кг}}\right) \approx 34,5 \text{ с} \quad (13)$$

№	Критерий	Баллы
1	Выражения для теплоты переданной за время t (правая часть (6))	1
2	Выражение для массы вытекшей воды (9) или аналогичное	1
3	Выражение для необходимого числа теплоты (правая часть (10))	1
4	Ответ 34,5 с	1
Сумма		4

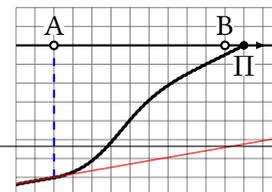
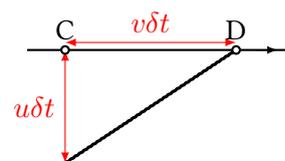
Задача 4. Пароход

Рассмотрим малый промежуток времени δt , в течении которого скорость парохода v можно считать постоянной. Пусть в начале этого промежутка, пароход находился в точке С, а в конце — в точке D, тогда $CD = v\delta t$.

Дым, который выпускает пароход не движется относительно воздуха, а значит он смещается на юг со скоростью ветра u . Таким образом, в тот момент, когда пароход находился в точке D, дым, выпущенный им в точке С сместился на юг на $u\delta t$, а след — отрезок.

Чем больше скорость парохода, тем ближе этот отрезок к горизонтали. Значит, точке в которой скорость парохода была максимальна, соответствует точка на следе дыма, в которой касательная ближе всего к горизонтали. Это точка А.

Ответ: максимальная скорость была в точке А



№	Критерий
---	----------

1	Объяснено, какой след оставляет пароход, двигаясь с постоянной скоростью	1
2	Показано, что максимальная скорость по горизонтали соответствует наиболее близкой к горизонтали касательной	2
3	Ответ: в точке А	1
Сумма		4

Комментарий: следует обращать внимание на то, что говорит участник. Если в решении используется «горизонтальная скорость дыма» или какой-то другой похожий объект, то может получиться правильный ответ. Но дым движется только вертикально, его след — не траектория, а решение скорее всего неправильное.

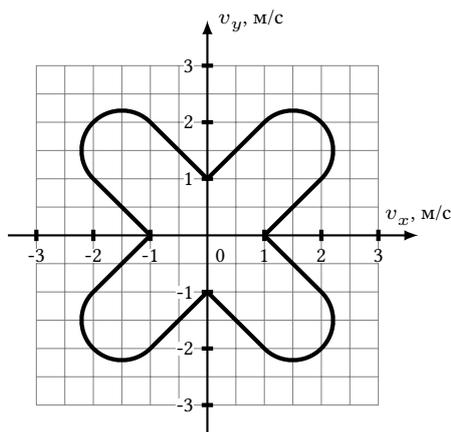
Задача 5. Годограф

Перейдём в систему отсчёта, которая движется в направлении x и y со скоростью $2,5$ м/с и перерисуем график. Теперь заметим, что график симметричен относительно начала координат. Это значит, что каждому участку со скоростью v , есть парный участок со скоростью $-v$. Значит в этой системе отсчёта тело вернулось в начальную точку. Значит в исходной системе отсчёта перемещение по осям x и y равны

$$S_x = S_y = 2,5 \text{ м/с} \cdot 10 \text{ с} = 25 \text{ м} \quad (14)$$

значит перемещение

$$S = \sqrt{S_x^2 + S_y^2} \approx 35,4 \text{ м} \quad (15)$$



Ответ: $S = \sqrt{S_x^2 + S_y^2} \approx 35,4 \text{ м}$

	№	Критерий	
1		Переход в систему отсчёта или явное выражение для перемещения про центр масс	4
2		Объяснено, что если годограф симметричен относительно начала координат или проведена аналогия с центром масс	2
3		Ответ $S = \sqrt{S_x^2 + S_y^2} \approx 35,4 \text{ м}$	2
Сумма			8

Задача 6. Пружины

Когда в бассейне нет воды, на стакан действует только сила тяжести и сила Гука со стороны нижних пружин. Обозначим эффективный коэффициент жёсткости этих пружин ра k_0 , тогда

$$mg - k_0\Delta x = 0 \quad (16)$$

После того, как в бассейн начали набирать воду, к силам, действующим на стакан, добавится ещё и сила Архимеда. Если пружины сжаты, на $\Delta x/2$, то

$$mg + F_{\text{Арх}} - \frac{k_0\Delta x}{2} = 0 \Rightarrow F_{\text{Арх}} = \frac{mg}{2} \quad (17)$$

то есть объём погруженной части стакана должен был быть равен

$$V_{\text{п}} = \frac{m}{2\rho} \quad (18)$$

Разберёмся как это может произойти. Сперва вода набирается и растяжение пружин уменьшается. Найдём глубину дна сосуда, в момент, когда объём равен (18) (Рис. 1)

$$SH = \frac{m}{2\rho} \Rightarrow H = \frac{m}{2S\rho} \quad (19)$$

Сила Архимеда будет увеличиваться до тех пор, пока стакан не погрузится целиком. После этого засчёт давления воды, пружина начнёт сжиматься, значит будет уменьшаться объём стакана, а следовательно и сила Архимеда. Определим, когда это произойдёт (Рис. 2). Пускай глубина равна H , определим насколько сожмётся внутренняя пружина

$$k\ell = S\rho g(H - h + \ell) \Rightarrow \ell = \frac{S\rho g(H - h)}{k - S\rho} \quad (20)$$

Чтобы пружины были бы сжаты на $\Delta x/2$,

$$V_{\text{п}} = S(\ell - h) = \frac{m}{2\rho} \Rightarrow S\left(\frac{S\rho g(H - h)}{k - S\rho} - h\right) = \frac{m}{2S\rho} \Rightarrow \frac{hk - HS\rho}{S\rho - k} = \frac{m}{2S\rho} \quad (21)$$

Откуда глубина равна

$$H = \frac{km}{2gS^2\rho^2} + \frac{2hk - mg}{2Sg\rho} \quad (22)$$

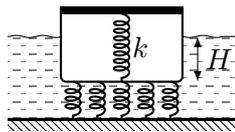


Рис. 1

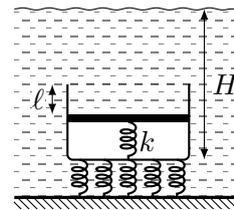
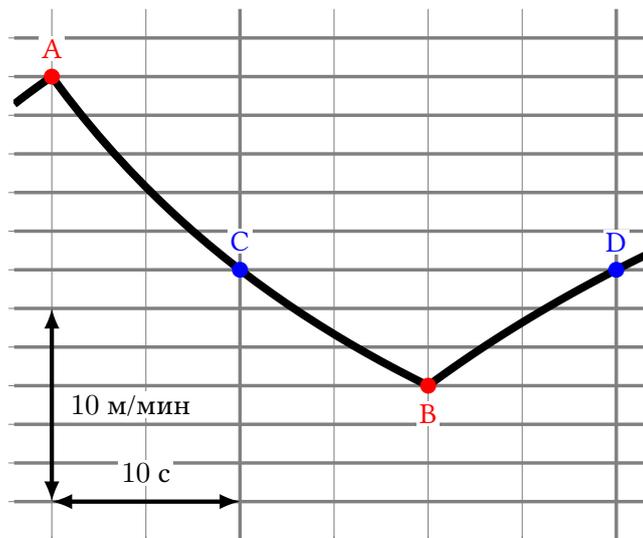


Рис. 2

№	Критерий	Баллы
1	Второй закон Ньютона для пустого бассейна	1
2	Найдена сила Архимеда, необходимая, чтобы пружины были сжаты на $\Delta x/2$, ($V = m/2\rho$)	1
3	Указано, что есть два ответа	1
4	Верно найдена глубина погружения в первом случае $H = \frac{m}{2S\rho}$	1
5	Сжатие пружины в стакане или объём стакана связаны с глубиной погружения (20) или аналогичное)	1
6	Ответ для второго случая $H = \frac{km}{2gS^2\rho^2} + \frac{2hk - mg}{2Sg\rho}$	3
Сумма		8

Задача 7. Странный график

Заметим, что точкам излома на графике соответствуют удары шарика о стенки трубки. Обозначим их на графике А, В. Значит шарик проходит трубку за 20 с.



Шарик движется с постоянной скоростью, значит можно восстановить моменты времени, когда он находится посередине трубки (точки С и D на графике). Из графика видно, что средние скорости в этих точках равны, значит движение началось в середине трубки, и средняя скорость там равна нулю. Тогда средние скорости в точках А и В равны

$$v_A = 10 \text{ м/мин} \quad v_B = -6 \text{ м/мин} \quad (23)$$

с другой стороны, если точке С соответствует время t_C , то

$$v_A = \frac{L}{2(t_C - 10 \text{ с})} \quad v_B = \frac{L}{2(t_C + 10 \text{ с})}. \quad (24)$$

Значит

$$\begin{cases} \frac{t_C}{L} - \frac{10 \text{ с}}{L} = \frac{1 \text{ мин}}{10 \text{ м}} \\ \frac{t_C}{L} + \frac{10 \text{ с}}{L} = \frac{1 \text{ мин}}{6 \text{ м}} \end{cases} \quad (25)$$

Вычтем из второго уравнение первое, тогда

$$\frac{20 \text{ с}}{L} = \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{10} \right) \frac{\text{мин}}{\text{м}} = \frac{1}{15} \frac{\text{мин}}{\text{м}} \Rightarrow L = 10 \text{ м} \quad (26)$$

№	Критерий	Баллы
1	Указано, что изломы соответствуют ударам о стенки трубки	2
2	Объяснено, что движение началось середине трубки	2
3	Составлена система уравнений, которая позволяет найти длину трубки (25)	2
4	Ответ $L = 10 \text{ м}$	2
Сумма		8