Районный тур 2022. 11 класс. Решения.

Задача 1. I вариант. Обозначим через T силу натяжения ленты скотча в момент, представленный в условии. Так как сказано, что Петя тянет рулоны медленно, сила натяжения ленты постоянна. Сила, с которой лента действует на каждый рулон, показана красными стрелками на рисунке 1.

Проекция этой силы на нормаль к первому рулону обозначена зелёной стрелкой N_1, очевидно, это "липкость" первого рулона. Аналогично N_2 – неизвестная "липкость" правого рулона – проекция силы натяжения ленты скотча на нормаль к правому рулону. Действительно, именно такой должна быть по условию проекция силы на нормаль к рулону, чтобы он медленно растягивался.

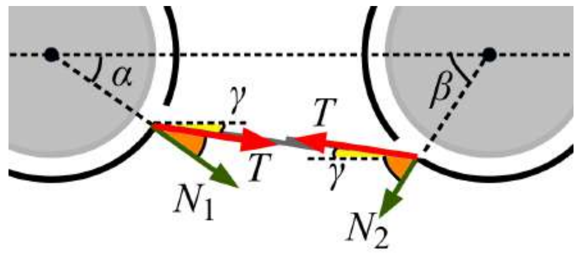

Рис. 1:

Углы, отмеченные на рисунке жёлтым, равны γ (они вертикальные по отношению друг к другу). Отсюда легко сообразить, что углы, отмеченные оранжевым цветом, позволяют связать T с "липкостью" (оранжевый угол – угол между T и каждой из липкостей). Для левого рулона оранжевый угол равен $\alpha - \gamma$, для правого $\beta + \gamma$, поэтому

$$N_1 = T\cos(\alpha - \gamma), \qquad N_2 = T\cos(\beta + \gamma).$$

Разделив одно равенство на второе, получим $N_1/N_2 = \cos(\alpha - \gamma)/\cos(\beta + \gamma)$, откуда легко найти ответ

$$N_2 = N_1\frac{\cos(\beta + \gamma)}{\cos(\alpha - \gamma)}.$$

<u>Ответ</u>: "липкость" правого рулона $N_2 = N_1\cos 45^\circ/\cos 30^\circ = N_1\sqrt{2/3}$.

Задача 2. I вариант. По условию задачи не сказано, с какой стороны от линзы должно попасть изображение, сказано лишь, что оно должно оказаться на главной оптической оси на расстоянии $L = 2a$. Таких точек, очевидно, две. Мы решим задачу для произвольной величины $L > a$, и лишь в ответах положим $L = 2a$.

Самое простое – расположить зеркало так, чтобы изображение лампочки в нём, минуя зеркало, оказалось в нужной точке. Соответствующее решение представлено на рисунке 2. Такое изображение получается, когда свет от лампочки (представлена светлой звездочкой) попадает на зеркало, ни разу не пройдя сквозь линзу. При этом мнимое изображение (представлено чёрной звзёздочкой) находится на таком же расстоянии за зеркалом, что и лампочка перед зеркалом. Принцип построения изображения в плоском зеркале показан на рис. 3. Понятно, что зеркало надо поставить перпендикулярно главной оптической оси, точно посередине между лампочкой и точкой, куда должно попасть изображение. Легко понять, что зеркало должно быть с той же стороны от линзы, что и лампочка, и располагаться на расстоянии $a + (L - a)/2 = (a + L)/2 = 3a/2$ от центра линзы.

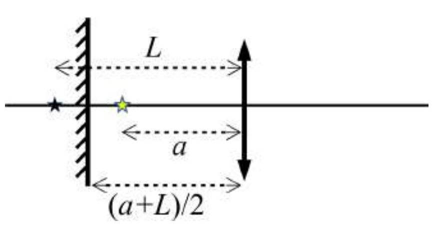

Рис. 2:


Рис. 3:

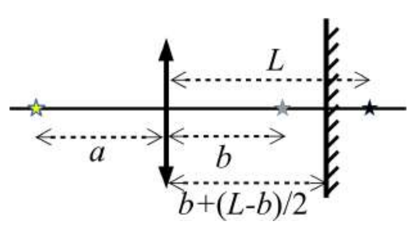

Рис. 4:

Однако, можно поступить и иначе. Предположим, свет прошёл через линзу и образовал изображение на расстоянии b от неё (см. рис. 4, изображение представлено серой звёздочкой), причём по правилу тонкой линзы

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F} \qquad \Rightarrow \qquad b = \frac{Fa}{a-F}.$$

Но так как нам нужно, чтобы изображение попало на расстояние $L = 2a$ от центра линзы (в место, помеченное чёрной звёздочкой), следует поставить зеркало посередине между серой и чёрной звёздочками. Тогда лучи, прошедшие через линзу попадут на зеркало так, словно выходят из серой звёздочки, и после отражения сформируют изображение за зеркалом – там, где надо. При этом способе зеркало располагается с противоположной от линзы стороны, чем лампочка, на расстоянии (см. рис. 4)

$$b + \frac{L-b}{2} = \frac{L+b}{2} = \frac{2a + \frac{Fa}{a-F}}{2} = a + \frac{Fa}{2(a-F)}$$

Разумеется, можно поступить наоборот. Сначала свет лампочки может отразиться от зеркала и сформирует в нём изображение (серую звёздочку на рис. 5). А потом отражённый свет (а ход его лучей такой же, как если бы они просто выходили из серой звёздочки) может пройти линзу и образовать изображение – в точности где требуется, на расстоянии $L = 2a$ от линзы. Но тогда изображение лампочки в зеркале должно быть на расстоянии x от линзы, причём по формуле тонкой линзы

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{L} = \frac{1}{F} \qquad \Rightarrow \qquad x = \frac{FL}{L-F}.$$

При этом способе зеркало располагается с той же стороны от линзы, что и лампочка, на расстоянии

$$a + \frac{x-a}{2} = \frac{x+a}{2} = \frac{FL}{2(L-F)} + \frac{a}{2} = \frac{Fa}{2a-F} + \frac{a}{2}.$$

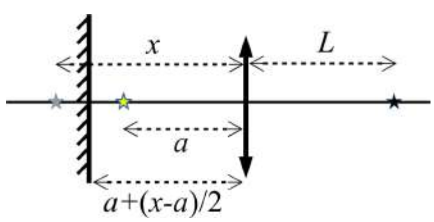

Рис. 5:

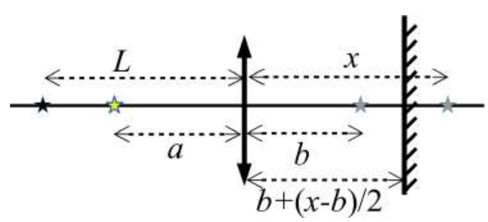

Рис. 6:

Но и это не всё! Посмотрите на рис. 6: свет лампочки, пройдя линзу и отразившись от зеркала, может снова пройти сквозь линзу и сформировать изображение на расстоянии L от центра линзы! Для этого изображение лампочки, после прохождения линзы и отражения от зеркала должно быть на x правее центра линзы. Но после прохождения лучами только линзы изображение будет формироваться на расстоянии b. Значит, посередине между x и b и надо поставить зеркало. Всего в этой ситуации имеется два "промежуточных изображения", представленных серыми звёздочками, и финальное изображение (чёрная звёздочка), полученное после преломления в линзе, отражения от зеркала и ещё одного преломления в линзе. В этом случае зеркало расположено с противоположной стороны от линзы, чем лампочка, на расстоянии

$$\frac{x+b}{2} = \frac{FL}{2(L-F)} + \frac{Fa}{2(a-F)} = \frac{Fa}{2a-F} + \frac{Fa}{2(a-F)}.$$

Ответ: Существует 4 варианта расположения зеркала. С той же стороны, что и лампочка, перпендикулярно главной оптической оси на расстоянии $3a/2$ или $Fa/(2a-F)+a/2$. С противоположной от лампочки стороны на расстоянии $Fa/(2a-2F)+a$ или $Fa/(2a-F)+Fa/(2a-2F)$.

Задача 3. I вариант. Рассмотрим положение равновесия бусинки (см. рис. 7) Разумеется, нить при этом будет натянута. Обозначим силу её натяжения T. Всего на бусинку действуют четыре силы – две силы кулоновского отталкивания (зелёные стрелки) и две силы натяжения нити (красные стрелки) – по одной с каждой стороны бусинки. Видно, что каждая сила имеет противонаправленую пару, так что равновесие может быть только, если все эти пары сил равны по модулю:

$$\frac{kQ_1}{l_1^2}=\frac{kQ_2}{l_2^2} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{l_1}{l_2}=\sqrt{\frac{Q_1}{Q_2}}=w.$$

Здесь мы обозначили расстояния от заряда q до зарядов Q_1 и Q_2 через l_1 и l_2 и ввели коэффициент $w=\sqrt{Q_1/Q2}$ для удобства.

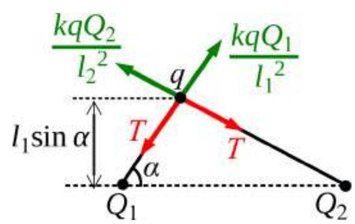

Рис. 7:

Из последнего соотношения, зная, что $l_1+l_2=2a$, найдём, решая систему двух уравнений относительно l_1 и l_2:

$$l_1=\frac{2aw}{w+1}, \qquad l_2=\frac{2a}{w+1}.$$

Фактически, мы едиственным образом определили форму треугольника, который образует нить в равновесии. Осталось лишь найти его высоту $H=l_1\sin\alpha$. Для этого можно найти угол α по теореме косинусов:

$$a^2+l_1^2-2al_1\cos\alpha=l_2^2 \qquad \Rightarrow \qquad \cos\alpha=\frac{a^2+l_1^2-l_2^2}{2al_1}.$$

Подставляя сюда найденные l_1 и l_2, получаем угол и ответ

$$\alpha=\arccos\frac{5w^2+2w-3}{4w(w+1)}, \qquad H=\frac{2aw}{w+1}\sin\left(\arccos\frac{5w^2+2w-3}{4w(w+1)}\right). \tag{1}$$

Ответ: на расстоянии H, заданном ф-лой (1), где $w=\sqrt{Q_1/Q_2}$.

Задача 4. I вариант. Пусть один осколок содержит n_1 компонентов, а второй n_2, при этом $n_1+n_2=7$.

При распаде частицы осколки начинают разлетаться в противоположные стороны, однако суммартый импульс осколков равен нулю по второму закону Ньютона: $m_1V_1=m_2V_2$, здесь $m_1=n_1m$ и $m_2=n_2m$ – массы осколков, V_1 и V_2 – их скорости сразу после распада.

Далее каждый осколок летит под действием силы Лоренца. Такое движение может происходить либо по окружности (если V_1 и V_2 перпендикулярны магнитному полю), либо по прямой (если V_1 и V_2 параллельны магнитному полю), либо по спирали.

Однако, если у скоростей осколков есть ненулевая проекция на направление поля, частицы никогда не встретятся, ведь V_1 и V_2 противонаправлены, значит и движение в направлении магнитного поля будет происходить у осколков в разные стороны.

Итак, чтобы осколки встретились, они должны лететь перпендикулярно магнитному полю, и движение при этом происходит по окружности. В этом случае II закон Ньютора в направлении на центр окружности имеет для каждого из осколков вид:

$$q_1BV_1=\frac{m_1V_1^2}{R_1}, \qquad q_2BV_2=\frac{m_2V_2^2}{R_2},$$

здесь $q_1=n_1q$ и $q_2=n_2q$ – заряды осколков, R_1 и R_2 – радиусы их траекторий.

Отсюда понятно, что

$$\frac{q_1 B}{m_1} = \frac{V_1}{R_1} = \frac{qB}{m} = \frac{q_2 B}{m_2} = \frac{V_2}{R_2},$$

ведь отношения заряда к массе у каждого осколка равны q/m (число частиц-компонентов сокращается).

Раз величины V_1/R_1 и V_2/R_2 равны между собой, равны между собой R_1/V_1 и R_2/V_2. Это значит, что и величины периодов кругового движения частиц $T_1 = 2\pi R_1/V_1$ и $T_2 = 2\pi R_2/V_2$ одинаковы,

$$T_1 = T_2 = \frac{2\pi m}{qB}.$$

Именно таким будет время, прошедшее от распада частицы до столкновения осколков.

Пути частиц до столкновения равны $2\pi R_1$ и $2\pi R_2$, и отличаются в R_1/R_2 раз. Выражая радиусы из II закона Ньютона

$$R_1 = \frac{m_1 V_1}{q_1 B}, \qquad R_2 = \frac{m_2 V_2}{q_2 B}$$

и разделив одно на другое, учтя что импульсы осколков равны $m_1 V_1 = m_2 V_2$, получим

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{q_2}{q_1} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Так как сумма целых чисел n_1 и n_2 равна семи, минимальное отношение большего к меньшему равно 4/3.

Ответ: Частицы столкнутся через время $2\pi m/(qB)$. Минимальное отношение большего пути к меньшему 4/3.

Задача 5. I вариант. Рассмотрим содержимое контейнера вначале. В нём имеется азот – двухатомный газ при известной давлении P_0, темепературе T_0 и объёме V_0, причём $P_0 V_0 = \nu R T_0$, где ν – количество вещества азота, которое можно найти:

$$\nu = \frac{P_0 V_0}{R T_0}.$$

В начальный момент азот обладает внутренней энергией $E = 5\nu R T_0/2$, которую несложно выразить через известные по условию параметры $E = 5P_0 V_0/2$.

Далее шарик начинают надувать, при этом над его оболочкой совершается работа, численно равная площали под графиком $A = (P_2 + P_1)(V_2 - V_1)/2$. Работа эта затрачивается на механическую деформацию оболочки шарика и запасается в ней. За счёт чего же совершается эта работа?

На первый взгляд кажется, что за счёт величины E, однако, это не так. Ведь энергия азота не меняется – температура его остаётся постоянной, T_0, да и количество вещества просто перераспределяется между баллоном и оболочкой. А больше никаких объёектов в контейнере нет.

Работа по растяжению шарика совершается за счёт тепловой энергии, которая медленно поступает в контейнер из окружающей среды. Если бы контейнер был теплоизолирован, при надувании шарика содержимое контейнера бы остывало – ведь энергия азота тратится на работу против оболочки. Однако в нашей задаче эти потери тут же компенсируются из внешней среды.

Таким образом, к моменту, когда шарик сорвался с баллона, система обладала энергией $E + A$. Далее азот быстро распространяется по всему контейнеру (не совершая работы, ведь в контейнере вакуум), и вся энергия системы снова оказывается запасённой в тепловой форме. На практике это выражается в том, что натянутая упругая оболочка сжимается, при этом запасённая в нём энергия деформации A выделяется в тепло.

При этом теплоёмкость содержимого сосуда – азота, потому что теплоёмкостями остальных объектов предлагается пренебречь – равна $5\nu R/2$, поэтому установившаяся температура будет равна

$$T = \frac{E + A}{5\nu R/2}$$

Подставляя сюда найденные E, A, ν, получим ответ

Ответ: температура увеличится и будет равна

$$T' = T_0 \left(1 + \frac{(P_1 + P_2)V_1}{5P_0V_0} \right).$$

Районный тур 2022. 11 класс. Решения.

Задача 1. II вариант. Обозначим через T силу натяжения ленты скотча в момент, представленный в условии. Так как сказано, что Петя тянет рулоны медленно, сила натяжения ленты постоянна. Сила, с которой лента действует на каждый рулон, показана красными стрелками на рисунке 8.

Проекция этой силы на нормаль к первому рулону обозначена зелёной стрелкой N_1, очевидно, это "липкость" первого рулона. Аналогично N_2 – неизвестная "липкость" правого рулона – проекция силы натяжения ленты скотча на нормаль к правому рулону. Действительно, именно такой должна быть по условию проекция силы на нормаль к рулону, чтобы он медленно растягивался.

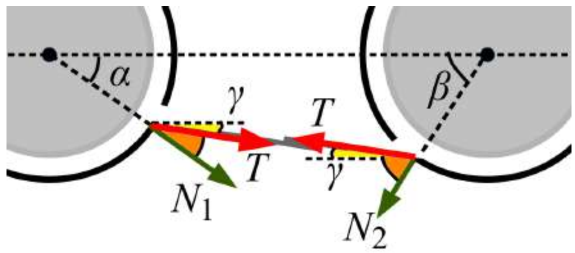

Рис. 8:

Углы, отмеченные на рисунке жёлтым, равны γ (они вертикальные по отношению друг к другу). Отсюда легко сообразить, что углы, отмеченные оранжевым цветом, позволяют связать T с "липкостью" (оранжевый угол – угол между T и каждой из липкостей). Для левого рулона оранжевый угол равен $\alpha - \gamma$, для правого $\beta + \gamma$, поэтому

$$N_1 = T\cos(\alpha - \gamma), \qquad N_2 = T\cos(\beta + \gamma).$$

Разделив одно равенство на второе, получим $N_1/N_2 = \cos(\alpha-\gamma)/\cos(\beta+\gamma)$, откуда легко найти ответ

$$N_2 = N_1\frac{\cos(\beta+\gamma)}{\cos(\alpha-\gamma)}.$$

<u>Ответ</u>: "липкость" правого рулона $N_2 = N_1\cos 60^\circ/\cos 45^\circ = N_1/\sqrt{2}$.

Задача 2. II вариант. По условию задачи не сказано, с какой стороны от линзы должно попасть изображение, сказано лишь, что оно должно оказаться на главной оптической оси на расстоянии $L = 3a$. Таких точек, очевидно, две. Мы решим задачу для произвольной величины $L > a$, и лишь в ответах положим $L = 3a$.

Самое простое – расположить зеркало так, чтобы изображение лампочки в нём, минуя зеркало, оказалось в нужной точке. Соответствующее решение представлено на рисунке 9. Такое изображение получается, когда свет от лампочки (представлена светлой звездочкой) попадает на зеркало, ни разу не пройдя сквозь линзу. При этом мнимое изображение (представлено чёрной звёздочкой) находится на таком же расстоянии за зеркалом, что и лампочка перед зеркалом. Принцип построения изображения в плоском зеркале показан на рис. 10. Понятно, что зеркало надо поставить перпендикулярно главной оптической оси, точно посередине между лампочкой и точкой, куда должно попасть изображение. Легко понять, что зеркало должно быть с той же стороны от линзы, что и лампочка, и располагаться на расстоянии $a + (L-a)/2 = (a+L)/2 = 2a$ от центра линзы.

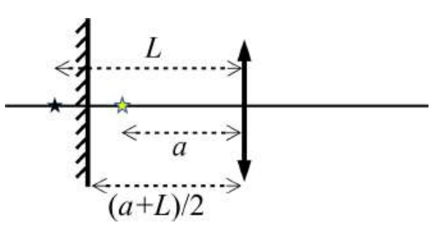

Рис. 9:

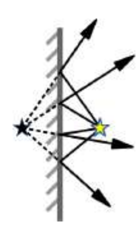

Рис. 10:

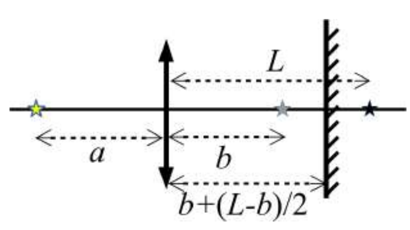

Рис. 11:

Однако, можно поступить и иначе. Предположим, свет прошёл через линзу и образовал изображение на расстоянии b от неё (см. рис. 11, изображение представлено серой звёздочкой), причём по правилу тонкой линзы

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{F} \qquad \Rightarrow \qquad b=\frac{Fa}{a-F}.$$

Но так как нам нужно, чтобы изображение попало на расстояние $L=2a$ от центра линзы (в место, помеченное чёрной звёздочкой), следует поставить зеркало посередине между серой и чёрной звёздочками. Тогда лучи, прошедшие через линзу попадут на зеркало так, словно выходят из серой звёздочки, и после отражения сформируют изображение за зеркалом – там, где надо. При этом способе зеркало располагается с противоположной от линзы стороны, чем лампочка, на расстоянии (см. рис. 11)

$$b+\frac{L-b}{2}=\frac{L+b}{2}=\frac{3a+\frac{Fa}{a-F}}{2}=\frac{3a}{2}+\frac{Fa}{2(a-F)}$$

Разумеется, можно поступить наоборот. Сначала свет лампочки может отразиться от зеркала и сформирует в нём изображение (серую звёздочку на рис. 12). А потом отражённый свет (а ход его лучей такой же, как если бы они просто выходили из серой звёздочки) может пройти линзу и образовать изображение – в точности где требуется, на расстоянии $L=2a$ от линзы. Но тогда изображение лампочки в зеркале должно быть на расстоянии x от линзы, причём по формуле тонкой линзы

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{L}=\frac{1}{F} \qquad \Rightarrow \qquad x=\frac{FL}{L-F}.$$

При этом способе зеркало располагается с той же стороны от линзы, что и лампочка, на расстоянии

$$a+\frac{x-a}{2}=\frac{x+a}{2}=\frac{FL}{2(L-F)}+\frac{a}{2}=\frac{3Fa}{2(3a-F)}+\frac{a}{2}.$$

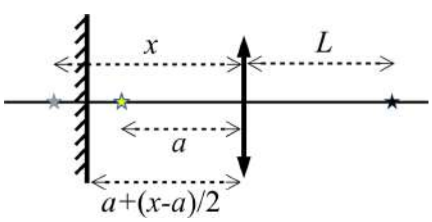

Рис. 12:

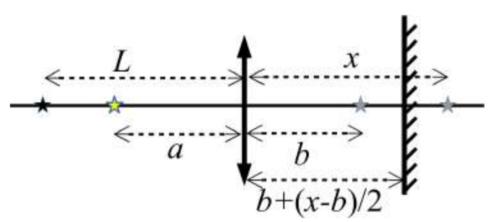

Рис. 13:

Но и это не всё! Посмотрите на рис. 13: свет лампочки, пройдя линзу и отразившись от зеркала, может снова пройти сквозь линзу и сформировать изображение на расстоянии L от центра линзы! Для этого изображение лампочки, после прохождения линзы и отражения от зеркала должно быть на x правее центра линзы. Но после прохождения лучами только линзы изображение будет формироваться на расстоянии b. Значит, посередине между x и b и надо поставить зеркало. Всего в этой ситуации имеется два "промежуточных изображения", представленных серыми звёздочками, и финальное изображение (чёрная звёздочка), полученное после преломления в линзе, отражения от зеркала и ещё одного преломления в линзе. В этом случае зеркало расположено с противоположной стороны от линзы, чем лампочка, на расстоянии

$$\frac{x+b}{2}=\frac{FL}{2(L-F)}+\frac{Fa}{2(a-F)}=\frac{3Fa}{2(3a-F)}+\frac{Fa}{2(a-F)}.$$

Ответ: Существует 4 варианта расположения зеркала. С той же стороны, что и лампочка, перпендикулярно главной оптической оси на расстоянии $2a$ или $3Fa/(6a-2F)+a/2$. С противоположной от лампочки стороны на расстоянии $Fa/(2a-2F)+3a/2$ или $3Fa/(6a-2F)+Fa/(2a-2F)$.

Задача 3. II вариант. Рассмотрим положение равновесия бусинки (см. рис. 14) Разумеется, нить при этом будет натянута. Обозначим силу её натяжения T. Всего на бусинку действуют четыре силы – две силы кулоновского отталкивания (зелёные стрелки) и две силы натяжения нити (красные стрелки) – по одной с каждой стороны бусинки. Видно, что каждая сила имеет противонаправленую пару, так что равновесие может быть только, если все эти пары сил равны по модулю:

$$\frac{kQ_1}{l_1^2}=\frac{kQ_2}{l_2^2} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{l_1}{l_2}=\sqrt{\frac{Q_1}{Q_2}}=w.$$

Здесь мы обозначили расстояния от заряда q до зарядов Q_1 и Q_2 через l_1 и l_2 и ввели коэффициент $w=\sqrt{Q_1/Q2}$ для удобства.

Из последнего соотношения, зная, что $l_1+l_2=3a$, найдём, решая систему двух уравнений относительно l_1 и l_2:

$$l_1=\frac{3aw}{w+1}, \qquad l_2=\frac{3a}{w+1}.$$

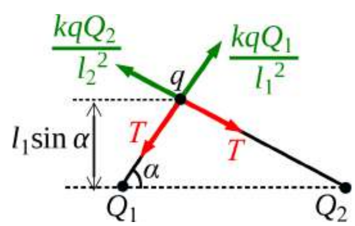

Рис. 14:

Фактически, мы единственным образом определили форму треугольника, который образует нить в равновесии. Осталось лишь найти его высоту $H=l_1\sin\alpha$. Для этого можно найти угол α по теореме косинусов:

$$a^2+l_1^2-2al_1\cos\alpha=l_2^2 \qquad \Rightarrow \qquad \cos\alpha=\frac{a^2+l_1^2-l_2^2}{2al_1}.$$

Подставляя сюда найденные l_1 и l_2, получаем угол и ответ

$$\alpha=\arccos\frac{10w^2+2w-8}{4w(w+1)}, \qquad H=\frac{3aw}{w+1}\sin\left(\arccos\frac{10w^2+2w-8}{4w(w+1)}\right). \tag{2}$$

Ответ: на расстоянии H, заданном ф-лой (2), где $w=\sqrt{Q_1/Q_2}$.

Задача 4. II вариант. Пусть один осколок содержит n_1 компонентов, а второй n_2, при этом $n_1+n_2=9$.

При распаде частицы осколки начинают разлетаться в противоположные стороны, однако суммартый импульс осколков равен нулю по второму закону Ньютона: $m_1V_1=m_2V_2$, здесь $m_1=n_1m$ и $m_2=n_2m$ – массы осколков, V_1 и V_2 – их скорости сразу после распада.

Далее каждый осколок летит под действием силы Лоренца. Такое движение может происходить либо по окружности (если V_1 и V_2 перпендикулярны магнитному полю), либо по прямой (если V_1 и V_2 параллельны магнитному полю), либо по спирали.

Однако, если у скоростей осколков есть ненулевая проекция на направление поля, частицы никогда не встретятся, ведь V_1 и V_2 противонаправлены, значит и движение в направлении магнитного поля будет происходить у осколков в разные стороны.

Итак, чтобы осколки встретились, они должны лететь перпендикулярно магнитному полю, и движение при этом происходит по окружности. В этом случае II закон Ньютора в направлении на центр окружности имеет для каждого из осколков вид:

$$q_1BV_1=\frac{m_1V_1^2}{R_1}, \qquad q_2BV_2=\frac{m_2V_2^2}{R_2},$$

здесь $q_1 = n_1 q$ и $q_2 = n_2 q$ – заряды осколков, R_1 и R_2 – радиусы их траекторий.

Отсюда понятно, что

$$\frac{q_1 B}{m_1} = \frac{V_1}{R_1} = \frac{qB}{m} = \frac{q_2 B}{m_2} = \frac{V_2}{R_2},$$

ведь отношения заряда к массе у каждого осколка равны q/m (число частиц-компонентов сокращается).

Раз величины V_1/R_1 и V_2/R_2 равны между собой, равны между собой R_1/V_1 и R_2/V_2. Это значит, что и величины периодов кругового движения частиц $T_1 = 2\pi R_1/V_1$ и $T_2 = 2\pi R_2/V_2$ одинаковы,

$$T_1 = T_2 = \frac{2\pi m}{qB}.$$

Именно таким будет время, прошедшее от распада частицы до столкновения осколков.

Пути частиц до столкновения равны $2\pi R_1$ и $2\pi R_2$, и отличаются в R_1/R_2 раз. Выражая радиусы из II закона Ньютона

$$R_1 = \frac{m_1 V_1}{q_1 B}, \qquad R_2 = \frac{m_2 V_2}{q_2 B}$$

и разделив одно на другое, учтя что импульсы осколков равны $m_1 V_1 = m_2 V_2$, получим

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{q_2}{q_1} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Так как сумма целых чисел n_1 и n_2 равна девяти, минимальное отношение большего к меньшему равно $5/4$.

<u>Ответ</u>: Частицы столкнутся через время $2\pi m/(qB)$. Минимальное отношение большего пути к меньшему $5/4$.

Задача 5. II вариант. Рассмотрим содержимое контейнера вначале. В нём имеется азот – двухатомный газ при известной давлении P_0, темепературе T_0 и объёме V_0, причём $P_0 V_0 = \nu R T_0$, где ν – количество вещества азота, которое можно найти:

$$\nu = \frac{P_0 V_0}{R T_0}.$$

В начальный момент азот обладает внутренней энергией $E = 5\nu R T_0/2$, которую несложно выразить через известные по условию параметры $E = 5 P_0 V_0/2$.

Далее шарик начинают надувать, при этом над его оболочкой совершается работа, численно равная площали под графиком $A = (P_2 + P_1)(V_2 - V_1)/2$. Работа эта затрачивается на механическую деформацию оболочки шарика и запасается в ней. За счёт чего же совершается эта работа?

На первый взгляд кажется, что за счёт величины E, однако, это не так. Ведь энергия азота не меняется – температура его остаётся постоянной, T_0, да и количество вещества просто перераспределяется между баллоном и оболочкой. А больше никаких объёектов в контейнере нет.

Работа по растяжению шарика совершается за счёт тепловой энергии, которая медленно поступает в контейнер из окружающей среды. Если бы контейнер был теплоизолирован, при надувании шарика содержимое контейнера бы остывало – ведь энергия азота тратится на работу против оболочки. Однако в нашей задаче эти потери тут же компенсируются из внешней среды.

Таким образом, к моменту, когда шарик сорвался с баллона, система обладала энергией $E + A$. Далее азот быстро распространяется по всему контейнеру (не совершая работы, ведь в контейнере вакуум), и вся энергия системы снова оказывается запасённой в тепловой форме. На практике это выражается в том, что натянутая упругая оболочка сжимается, при этом запасённая в нём энергия деформации A выделяется в тепло.

При этом теплоёмкость содержимого сосуда – азота, потому что теплоёмкостями остальных объектов предлагается пренебречь – равна $5\nu R/2$, поэтому установившаяся температура будет равна

$$T = \frac{E + A}{5\nu R/2}$$

Подставляя сюда найденные E, A, ν, получим ответ

Ответ: температура увеличится и будет равна

$$T' = T_0 \left(1 + \frac{2(P_1 + P_2)V_1}{5P_0V_0} \right).$$