Решения

9 класс. Задача 1: “Не вполне упругий удар”

Коэффициентом восстановления скорости называется отношение модуля скорости шара после удара к модулю его скорости перед ударом в случае, если шар налетает на абсолютно твердую неподвижную стенку перпендикулярно поверхности.

1. Исследуйте зависимость коэффициента восстановления скорости k от скорости налетания шара на поверхность стола.

2. Определите долю энергии χ, переходящую в тепло при каждом соударении.

3. Постройте графики зависимостей и объясните полученные результаты.

Оборудование: теннисный шарик, линейка, штатив, весы по требованию.

Решение

1. При отпускании шара с высоты h_0, после соударения шар поднимется на высоту h_1. Из закона сохранения энергии

$$mgh = \frac{mv^2}{2}, \quad v_0 = \sqrt{2gh_0}, \quad v_1 = \sqrt{2gh_1},$$

$$k = \frac{v_1}{v_0} = \sqrt{\frac{h_1}{h_0}}. \qquad (1)$$

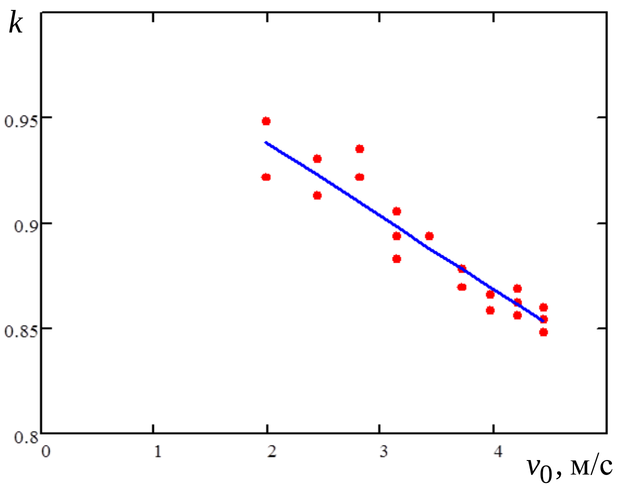
2. Из закона сохранения энергии при ударе

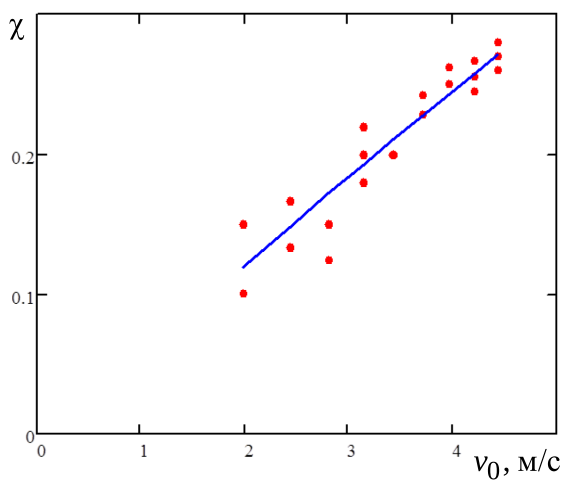
$$Q = mgh_0 - mgh_1,$$

$$\chi = \frac{Q}{mgh_0} = \frac{h_0 - h_1}{h_0} = 1 - \frac{h_1}{h_0} = 1 - k^2. \qquad (2)$$

Учитывая, что коэффициент восстановления скорости зависел от скорости, строим зависимость $\chi(v_0) = 1 - k^2$ от $v_0 = \sqrt{2gh_0}$.

3.





При уменьшении скорости налетания шара коэффициент восстановления скорости стремится к 1, а удар приближается к абсолютно упругому соударению. С увеличением скорости доля переходящей в тепло энергии увеличивается, и удар постепенно приближается к абсолютно неупругому соударению.

Критерии оценивания

1. Получена формула (1)	2 балла
2. Получена формула (2)	2 балла
3. Проделаны измерения	max 3 балла
Не менее 5 высот равномерно по всему диапазону	1 балл
Не менее 3 точек на каждую высоту	1 балл
Или не менее 15 точек всего равномерно по всему диапазону (2 балла)	
Результаты сведены в таблицы	1 балл
4. Построен график $k(v_0)$ (верны шкала, единицы измерения, использование поля, эксп. точки, плавная линия между точками)	3 балла
5. Построен график $\chi(v_0)$	3 балла
6. Сделан содержательный вывод	2 балла

9 класс. Задача 2: «Массивная пружина»

1. Выведите теоретическую зависимость удлинения под собственным весом массивной пружины от ее длины в нерастянутом состоянии.

2. Исследуйте экспериментально зависимость удлинения под собственным весом массивной пружины от ее длины.

3. Определите коэффициент жёсткости выданной вам пружины.

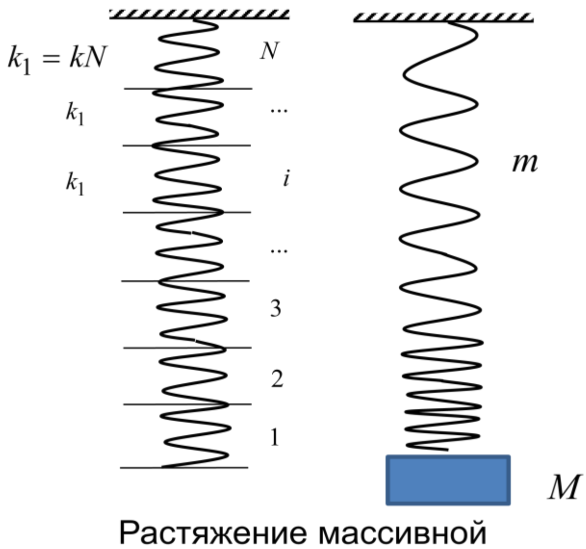
4. Определите силу предварительного натяга пружины.

Оборудование: пружина, линейка, штатив с лапкой, весы по требованию.

Решение

1. Выданная участникам пружина имела предварительное сжатие, что приводило к тому, что ее часть не растягивалась под собственным весом. Обозначим массу всей пружины m_0, длину всей нерастянутой пружины L_0, длину подвешенной части пружины l, массу нерастянутой части M, ее длину L, массу растянутой части m, ее длину $(l-L)$:

$$M = \frac{m_0}{L_0}L,\ \ m = \frac{m_0}{L_0}(l-L).$$



Растяжение массивной пружины

Разобьем растянутую часть пружины на N одинаковых участков, занумеруем их, начиная снизу. Тогда сила натяжения и удлинение i+1 участка будут

$$F_{i+1} = \frac{mg\,i}{N},$$

$$\Delta l_{i+1} = \frac{F_{i+1}}{k_1} = \frac{mg\,i}{k_{l-L}N^2},$$

где $k_1 = k_{l-L}N$ – жесткость одного участка.

$$\Delta l = \sum_{i=1}^{N}\Delta l_i = \sum_{i=0}^{N-1}\frac{mg\,i}{k_{l-L}N^2} = \frac{mg}{k_{l-L}N^2}\frac{N(N-1)}{2},$$

При $N \to +\infty$ получаем

$$\Delta l = \frac{mg}{2k_{l-L}} \qquad (1)$$

Учитывая влияние нерастянутой части на удлинение, получим

$$\Delta l = \frac{mg}{2k_{l-L}} + \frac{Mg - F_0}{k_L}, \qquad (2)$$

где k_{l-L} – жесткость пружины длиной $l-L$, F_0 – сила предварительного сжатия пружины.

Поскольку $F_0 = Mg$,

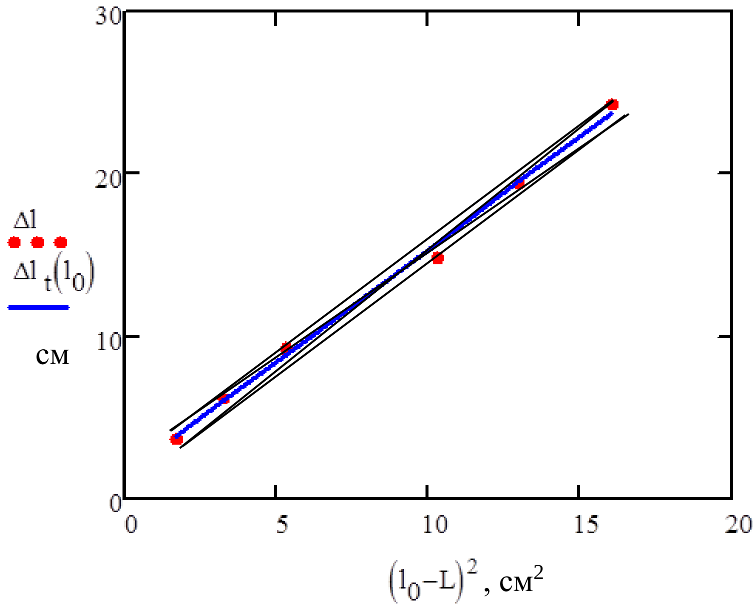
$$\Delta l = \frac{mg}{2k_{l-L}} = \frac{m_0 g\,(l-L)^2}{2kL_0^2}\,. \tag{3}$$

2. Длину нерастянутой части измеряем напрямую $L = 1.2$ см.

l, см $\quad$ $l+\Delta l$, см

AAA :=

	0	1
0	2.5	6.3
1	3	9.3
2	3.5	12.8
3	4.4	19.2
4	4.8	24.2
5	5.2	29.5



3. Если $\Delta l(l) = a(l-L)^2$, то $a = \dfrac{m_0 g}{2kL_0^2}$, из графика $a = 1.387 \pm 0.023$.

$$k = \frac{m_0 g}{2aL_0^2}, \qquad k = 1.103 \pm 0.018 \text{ Н/м} \tag{4}$$

Альтернативный способ нахождения – косвенные измерения методом выборки:

$$k = \frac{m_0 g}{2L_0^2}\frac{(l-L)^2}{\Delta l}\,. \tag{5}$$

4. $$F_0 = Mg = m_0 g\frac{L}{L_0}, \quad F_0 \approx 0.19 \pm 0.02 \text{ Н} \tag{6}$$

Критерии оценивания

1. Получены формулы (1), (2), (3), по 1 баллу за каждую. — 3 балла
2. Проделаны измерения Δl от l. Данные сведены в таблицу. — 2 балла
3. Построен график Δl от l или от $(l-L)^2$. Верно указаны оси, единицы измерения, шкалы, масштаб, точки соответствуют таблице — 2 балла
4. Определено k: формула (4) — 1 балл
5. Определено значение k: $k = 1.1 \pm 0.3$ (узкие ворота – 2 балла) — max 2 балла

   $k = (0.5;0.8) \cup (1.4;1.7)$ (широкие ворота – 1 балл)
6. Оценена погрешность k — 1 балл

7. Определено F_0: формула (6) 1 балл

8. Определено значение F_0: $F_0 = 0.19 \pm 0.05$ Н (узкие ворота – 2 балла) max 2 балла

   $F_0 = \left(0.09; 0.14\right) \cup \left(0.24; 0.29\right)$ Н (широкие ворота – 1 балл)

9. Оценена погрешность F_0 1 балл

Решение без учета M оценивается не более чем на 8 баллов.