

# Возможные решения задач

7 класс

1-й вариант

## Задача 1.

Так как мы знаем объем банки, для нахождения массы ягод, необходимой для заполнения банки, нужно узнать плотность перетертых ягод. Для этого следует воспользоваться тем, что 200 г ягод и 700 г воды также закупают банку целиком. Плотность воды равна  $1 \text{ г/см}^3$ , поэтому она занимает 700 мл. В таком случае 200 г ягод занимают оставшиеся

$$V_{\text{ягод}} = V_{\text{банки}} - V_{\text{воды}} = 1000 \text{ мл} - 700 \text{ мл} = 300 \text{ мл}, \quad (1)$$

и их плотность равна

$$\rho_{\text{ягод}} = \frac{m_{\text{ягод}}}{V_{\text{ягод}}} = 0,67 \text{ г/см}^3. \quad (2)$$

Плотность протертых ягод имеет такое же значение по условию. Теперь, чтобы найти массу ягод, нужно умножить найденную плотность на объем банки.

$$m_{\text{протерт. ягод}} = \rho_{\text{ягод}} \cdot V_{\text{банки}} = 0,67 \text{ г/см}^3 \cdot 1 \text{ л} = 670 \text{ г}. \quad (3)$$

**Ответ:** Масса ягод равна 670 г.

## Задача 2.

Для фигур одинаковой формы площадь поверхности пропорциональна второй степени линейного размера, а объем — третьей. Поэтому при увеличении размера пончика вдвое, объемы используемого повидла и теста увеличатся в  $2^3 = 8$  раз, а необходимое количество глазури увеличится пропорционально площади, то есть в  $2^2 = 4$  раза.

Так как количество повидла и количество теста увеличиваются в одинаковое число раз, мы можем вычислить стоимость производства большого пончика с повидлом, но без глазури. Такой пончик обычного размера стоил 25 р. Значит большой пончик с повидлом, но без глазури будет стоить

$$25 \text{ р} \cdot 8 = 200 \text{ р.} \quad (4)$$

Теперь необходимо вычислить стоимость глазури. Глазурь на пончике обычного размера стоит

$$27 \text{ р} - 20 \text{ р} = 7 \text{ р.} \quad (5)$$

Значит для производства большого пончика потребуется потратить

$$7 \text{ р} \cdot 4 = 28 \text{ р} \quad (6)$$

на глазурь.

Тогда общая стоимость большого пончика будет равна  $200 \text{ р} + 28 \text{ р} = 228 \text{ р}$ .

**Ответ:** Стоимость ингредиентов равна 228 р.

### Задача 3.

По определению, среднее значение высоты деревьев равно сумме всех отдельных высот, деленной на количество деревьев. Так как при процедуре «омолаживания» количество деревьев в парке не меняется, а средняя высота деревьев каждый год одинакова, получается, что сумма высот всех деревьев тоже оказывается одинаковой. Обозначим сумму после «омолаживания» за  $S_{\text{после}}$ .

Проследим за тем, как меняется сумма высот всех деревьев. За год каждое дерево выросло на 10 см. Поэтому прямо перед очередным «омолаживанием» сумма всех высот  $S_{\text{до}}$  равна

$$S_{\text{до}} = S_{\text{после}} + 200 \cdot 10 \text{ см.} \quad (7)$$

Пусть высота самого высокого дерева в момент выпиливания равна  $H$ . Тогда после выпиливания сумма всех высот уменьшится на  $H$  и увеличится за счет высадки нового дерева на 1 м. С другой стороны за весь год вместе с выпиливанием сумма высот не должна была измениться, а значит

$$S_{\text{после}} + 200 \cdot 10 \text{ см} + 1 \text{ м} - H = S_{\text{после}}, \quad (8)$$

откуда можно найти  $H$ .

**Ответ:** Высота выпиливаемого дерева равна 21 м

#### Задача 4.

Для решения удобно перейти в систему отсчета одного из людей, идущих с постоянной скоростью. В ней колонна покоится, а тот человек, чья скорость менялась, движется с постоянной по величине скоростью  $v = 0,1$  м/с либо вперед, либо назад.

В такой системе отсчета он ходит между двумя ближайшими покоящимися людьми, расстояние между которыми равно 3 метра. Так как он разворачивается на расстоянии 0,25 м, то он ходит по отрезку длиной 2,5 м. Получается, что участок от разворота до разворота он проходит за 25 секунд, а с начала движения до первого разворота проходит 12,5 секунд.

Тогда за 3 минуты человек успеет пройти расстояние до первого разворота за 12,5 секунд, пройти 6 полных отрезков от одного разворота до другого и после того пройти еще  $180 \text{ с} - 25 \text{ с} \cdot 6 - 12,5 \text{ с} = 17,5 \text{ с}$  в направлении от впереди идущего к позади идущему. За это время он пройдет 1,75 м и окажется на расстоянии 0,5 м позади от своего изначального положения на отрезке.

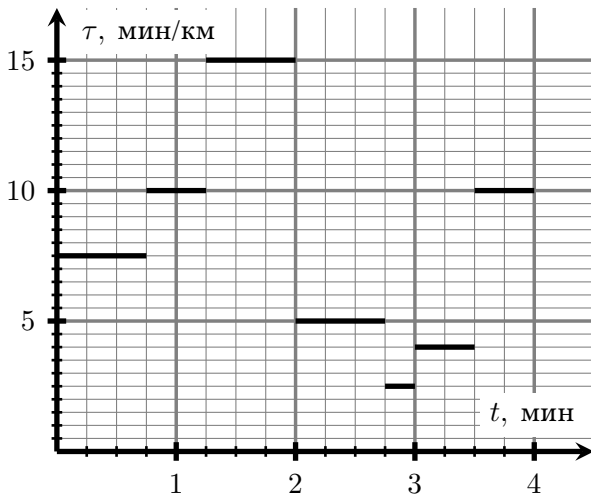
Отсюда можно сделать вывод, что человек в исходной системе отсчета прошел путь, равный

$$S = 1 \text{ м/с} \cdot 180 \text{ с} - 0,5 \text{ м} = 179,5 \text{ м}. \quad (9)$$

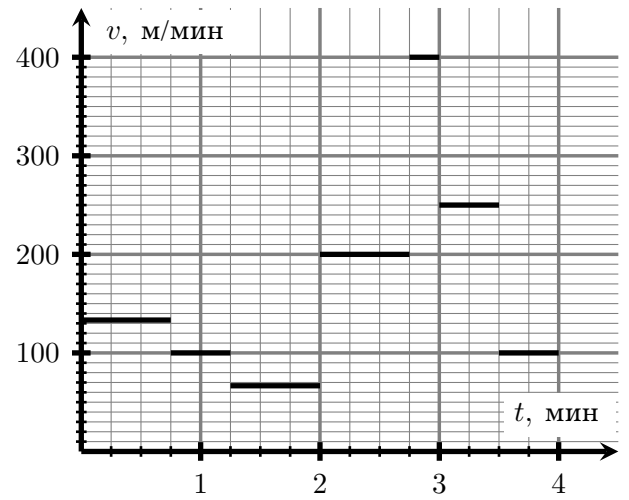
**Ответ:** Пройденный путь равен 179,5 м.

### Задача 5.

Для решения необходимо перестроить данный в условии график в график зависимости скорости от времени или вычислить скорость на каждом участке.



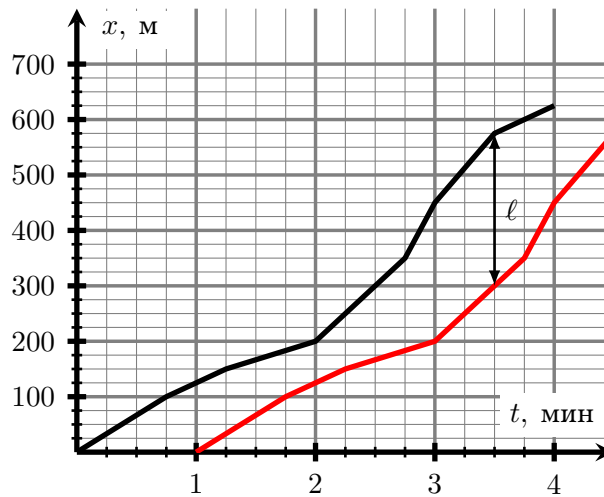
→



Значения скоростей

$$\begin{aligned} v_1 = 133 \text{ м/мин}, \quad v_2 = 100 \text{ м/мин}, \quad v_3 = 667 \text{ м/мин}, \quad v_4 = 200 \text{ м/мин}, \\ v_5 = 400 \text{ м/мин}, \quad v_6 = 267 \text{ м/мин}, \quad v_7 = 100 \text{ м/мин}. \end{aligned} \quad (10)$$

Теперь, зная значения скоростей на каждом участке, можно построить график зависимости пройденного пути от времени.



Нижняя линия является вспомогательным построением. Она соответствует графику движения, сдвинутому на одну минуту. При таком построении расстояние по вертикали между точками на графике в какой-то момент времени равно расстоянию, пройденному за предшествующую минуту. Остается найти максимальное значение такого расстояния, которое обозначено стрелочкой на графике и равно

$$\ell_{\max} = 275 \text{ м}. \quad (11)$$

**Ответ:** Максимальное расстояние равно 275 м.

# Возможные решения задач

7 класс

2-й вариант

## Задача 1.

Так как мы знаем объем банки, для нахождения массы ягод, необходимой для заполнения банки, нужно узнать плотность перетертых ягод. Для этого следует воспользоваться тем, что 300 г ягод и 600 г воды также закупают банку целиком. Плотность воды равна  $1 \text{ г/см}^3$ , поэтому она занимает 600 мл. В таком случае 300 г ягод занимают оставшиеся

$$V_{\text{ягод}} = V_{\text{банки}} - V_{\text{воды}} = 1000 \text{ мл} - 600 \text{ мл} = 400 \text{ мл}, \quad (12)$$

и их плотность равна

$$\rho_{\text{ягод}} = \frac{m_{\text{ягод}}}{V_{\text{ягод}}} = 0,75 \text{ г/см}^3. \quad (13)$$

Плотность протертых ягод имеет такое же значение по условию. Теперь, чтобы найти массу ягод, нужно умножить найденную плотность на объем банки.

$$m_{\text{протерт. ягод}} = \rho_{\text{ягод}} \cdot V_{\text{банки}} = 0,75 \text{ г/см}^3 \cdot 1 \text{ л} = 750 \text{ г}. \quad (14)$$

**Ответ:** Масса ягод равна 750 г.

## Задача 2.

Для фигур одинаковой формы площадь поверхности пропорциональна второй степени линейного размера, а объем — третьей. Поэтому при увеличении размера пончика вдвое, объемы используемого повидла и теста увеличатся в  $2^3 = 8$  раз, а необходимое количество глазури увеличится пропорционально площади, то есть в  $2^2 = 4$  раза.

Так как количество повидла и количество теста увеличиваются в одинаковое число раз, мы можем вычислить стоимость производства большого пончика с повидлом, но без глазури. Такой пончик обычного размера стоил 20 р. Значит большой пончик с повидлом, но без глазури будет стоить

$$20 \text{ р} \cdot 8 = 160 \text{ р.} \quad (15)$$

Теперь необходимо вычислить стоимость глазури. Глазурь на пончике обычного размера стоит

$$23 \text{ р} - 15 \text{ р} = 8 \text{ р.} \quad (16)$$

Значит для производства большого пончика потребуется потратить

$$8 \text{ р} \cdot 4 = 32 \text{ р} \quad (17)$$

на глазурь.

Тогда общая стоимость большого пончика будет равна  $160 \text{ р} + 32 \text{ р} = 192 \text{ р}$ .

**Ответ:** Стоимость ингредиентов равна 192 р.

### Задача 3.

По определению, среднее значение высоты деревьев равно сумме всех отдельных высот, деленной на количество деревьев. Так как при процедуре «омолаживания» количество деревьев в парке не меняется, а средняя высота деревьев каждый год одинакова, получается, что сумма высот всех деревьев тоже оказывается одинаковой. Обозначим сумму после «омолаживания» за  $S_{\text{после}}$ .

Проследим за тем, как меняется сумма высот всех деревьев. За год каждое дерево выросло на 20 см. Поэтому прямо перед очередным «омолаживанием» сумма всех высот  $S_{\text{до}}$  равна

$$S_{\text{до}} = S_{\text{после}} + 100 \cdot 20 \text{ см.} \quad (18)$$

Пусть высота самого высокого дерева в момент выпиливания равна  $H$ . Тогда после выпиливания сумма всех высот уменьшится на  $H$  и увеличится за счет высадки нового дерева на 1 м. С другой стороны за весь год вместе с выпиливанием сумма высот не должна была измениться, а значит

$$S_{\text{после}} + 100 \cdot 20 \text{ см} + 1 \text{ м} - H = S_{\text{после}}, \quad (19)$$

откуда можно найти  $H$ .

**Ответ:** Высота выпиливаемого дерева равна 21 м



#### Задача 4.

Для решения удобно перейти в систему отсчета одного из людей, идущих с постоянной скоростью. В ней колонна покоится, а тот человек, чья скорость менялась, движется с постоянной по величине скоростью  $v = 0,1$  м/с либо вперед, либо назад.

В такой системе отсчета он ходит между двумя ближайшими покоящимися людьми, расстояние между которыми равно 3 метра. Так как он разворачивается на расстоянии 0,25 м, то он ходит по отрезку длиной 2,5 м. Получается, что участок от разворота до разворота он проходит за 25 секунд, а с начала движения до первого разворота проходит 12,5 секунд.

Тогда за 3 минуты человек успеет пройти расстояние до первого разворота за 12,5 секунд, пройти 6 полных отрезков от одного разворота до другого и после того пройти еще  $180 \text{ с} - 25 \text{ с} \cdot 6 - 12,5 \text{ с} = 17,5 \text{ с}$  в направлении от позади идущего к впереди идущему. За это время он пройдет 1,75 м и окажется на расстоянии 0,5 м впереди от своего изначального положения на отрезке.

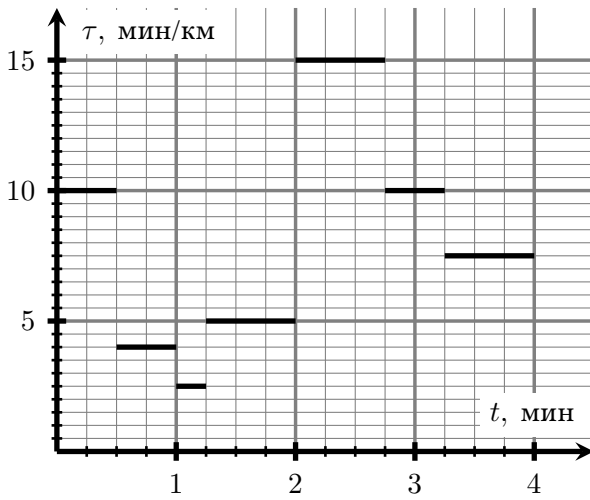
Отсюда можно сделать вывод, что человек в исходной системе отсчета прошел путь, равный

$$S = 1 \text{ м/с} \cdot 180 \text{ с} + 0,5 \text{ м} = 180,5 \text{ м}. \quad (20)$$

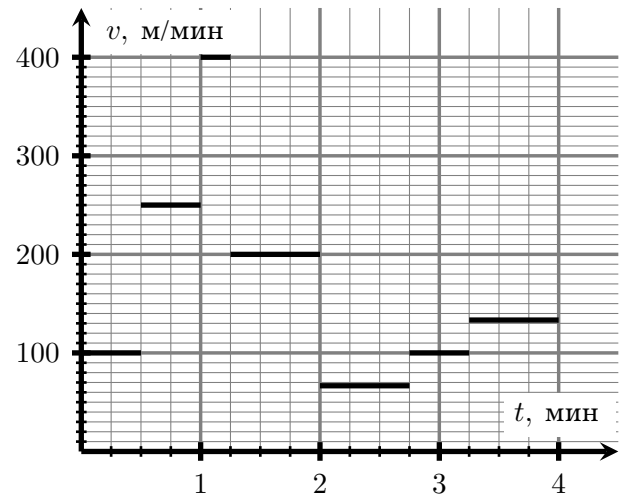
**Ответ:** Пройденный путь равен 180,5 м.

### Задача 5.

Для решения необходимо перестроить данный в условии график в график зависимости скорости от времени или вычислить скорость на каждом участке.



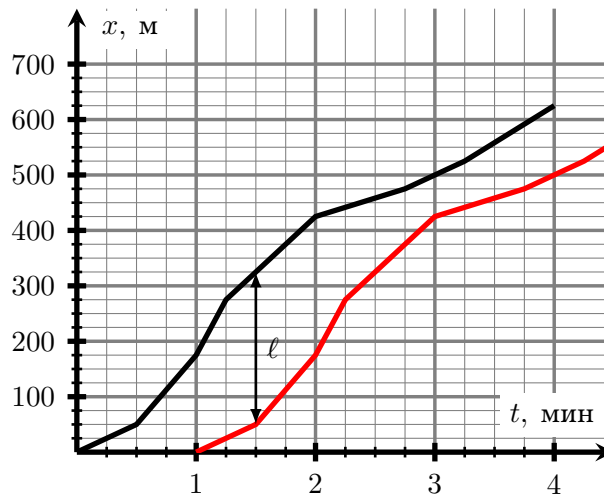
→



Значения скоростей

$$\begin{aligned} v_1 = 100 \text{ м/мин}, \quad v_2 = 267 \text{ м/мин}, \quad v_3 = 400 \text{ м/мин}, \quad v_4 = 200 \text{ м/мин}, \\ v_5 = 667 \text{ м/мин}, \quad v_6 = 100 \text{ м/мин}, \quad v_7 = 133 \text{ м/мин}. \end{aligned} \quad (21)$$

Теперь, зная значения скоростей на каждом участке, можно построить график зависимости пройденного пути от времени.



Нижняя линия является вспомогательным построением. Она соответствует графику движения, сдвинутому на одну минуту. При таком построении расстояние по вертикали между точками на графике в какой-то момент времени равно расстоянию, пройденному за предшествующую минуту. Остается найти максимальное значение такого расстояния, которое обозначено стрелочкой на графике и равно

$$\ell_{\max} = 275 \text{ м}. \quad (22)$$

**Ответ:** Максимальное расстояние равно 275 м.