

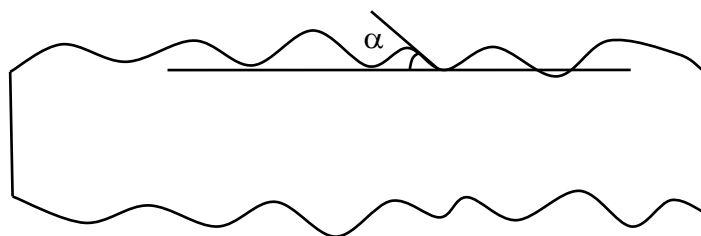
11 класс

11 класс. Задача 1: “Рассеяние света и закон Л–Б–Б”

Задание:

1. Исследуйте зависимость интенсивности I прошедшего через рассеивающую среду света от толщины рассеивающей среды l . Выведите эмпирическую формулу и определите параметр эмпирической зависимости $I(l)$.

2. Определите максимальный угол наклона α шероховатостей поверхности.



3. Определите показатель преломления n пленки.

Оборудование: лазерная указка, канцелярский зажим, 5 пленок, светодиод или фоторезистор, макетная плата, провода, мультиметр, миллиметровка, лист белой бумаги, штангенциркуль или микрометр по требованию.

Решение

1. Устанавливаем пленку в зажим и ставим вертикально. Фотодиод втыкаем в макетную плату, подводим к нему провода и подключаем мультиметр. Для четкого приема сигнала верхушка фотодиода должна быть ориентирована в направлении падающего от лазерной указки рассеянного света.

Для градуировки фотодиода проводим измерения напряжения на фотодиоде в зависимости от расстояния между одиночной рассеивающей пленкой и фотодиодом. Измеряем максимальное показание напряжения при направлении прошедшего луча света точно на фотодиод.

Зависимость интенсивности от расстояния имеет вид

$$I = I_0 \frac{r_{\min}^2}{r^2} .$$

Строим зависимость
$$U\left(\frac{r_{\min}^2}{r^2}\right) = U\left(\frac{I}{I_0}\right).$$

Проводим измерения максимальных показаний фотодиода U в зависимости от количества листов пленки i , при фиксированном расстоянии r_{\min} от фотодиода до рассеивателя. Показания фотодиода U_i пересчитываем

в относительную интенсивность
$$\frac{I}{I_0} = \frac{r_{\min}^2}{r(U_i)^2}$$
 с помощью графика

зависимости
$$U\left(\frac{r_{\min}^2}{r^2}\right) = U\left(\frac{I}{I_0}\right).$$

Для анализа зависимости логарифмируем интенсивность. Поскольку

$$\ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = \ln\left(\frac{r_{\min}^2}{r(U_i)^2}\right) = 2\ln(r_{\min}) - 2\ln r(U_i),$$

строим $\ln(r(U_i))$ от $\ln(i)$. Результат явно нелинейный.

Строим $\ln(r(U_i))$ от i . Линеаризация сработала. Пусть угловой коэффициент равен κ . Значит

$$\ln(r(U_i)) = \kappa i, \quad r(U_i) = Ae^{\kappa i},$$

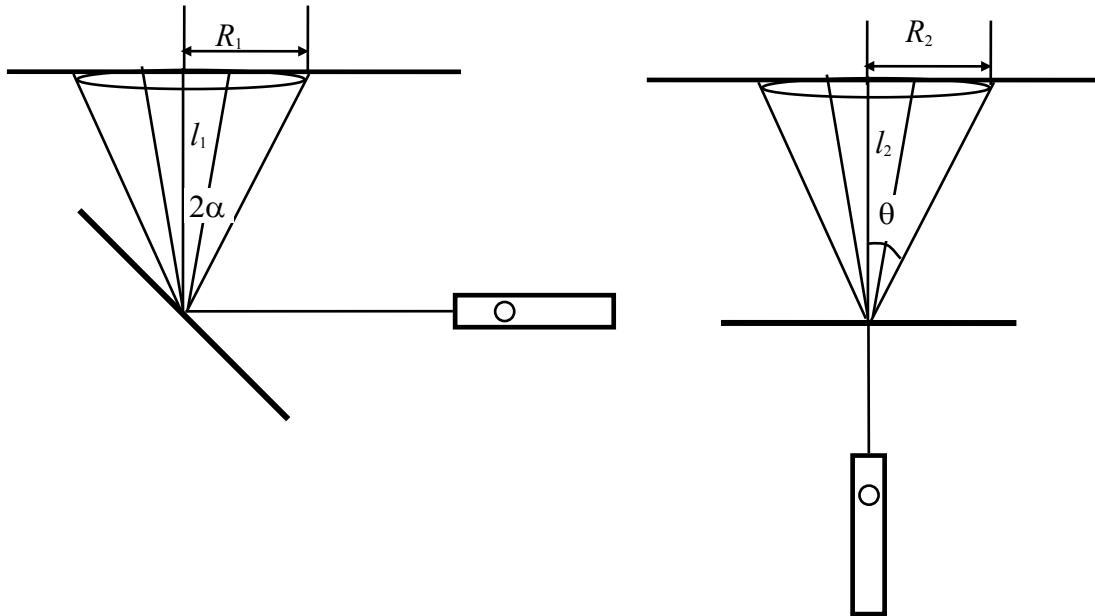
$$I = I_0 \frac{r_{\min}^2}{A^2} e^{-2\kappa i} = I_0 \frac{r_{\min}^2}{A^2} e^{-2\frac{\kappa}{d}l} = Be^{-kl}.$$

С помощью штангенциркуля или микрометра замеряем толщину 5 пленок d_5 , откуда $d = d_5/5$. По угловому коэффициенту прямой находим $k = 2\kappa/d$.

Комментарий. Согласно закону Ламберта – Бугера – Бера

$$I = I_0 e^{-kl}. \quad (1)$$

2. Делаем из листа бумаги вертикальный экран. Устанавливаем пленку в зажиме под углом 45 градусов к листу бумаги. Замеряем расстояние от середины пленки до экрана l_1 . Замеряем размер пятна света лазерной указки, направляя ее на экран перпендикулярно. Направляем луч от лазерной указки на середину пленки параллельно экрану и замеряем максимальные размеры отраженного пятна на экране. Убеждаемся, что размер рассеянного пятна гораздо больше размера пятна указки без рассеяния.



Изменение угла наклона поверхности на величину α приводит к отклонению отраженного луча на угол 2α .

$$2\alpha = R_1/l_1. \quad (2)$$

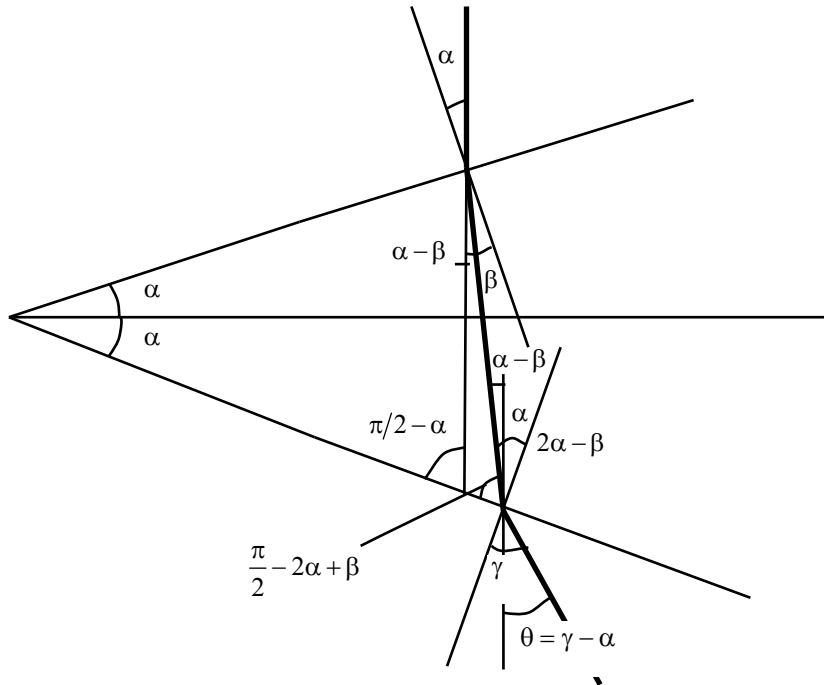
В тестовом эксперименте радиус пятна составил 1 см, расстояние от середины пленки до экрана 4.5 см. Соответственно, $2\alpha = 1/4.5$, $\alpha = 1/9 \approx 0.11$.

3. Пропускаем луч лазерной указки через пленку, стоящую параллельно экрану. Измеряем расстояние до экрана и размер пятна рассеянного пленкой света.

Тогда угол рассеяния

$$\theta = R_2/l_2. \quad (3)$$

Максимальное отклонение луча будет, когда обе шероховатости поверхности на противоположных сторонах пленки наклонены к нормали на угол α навстречу друг другу:



Согласно закону Снеллиуса на верхней границе

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$$

Учитывая малость углов $\theta \ll 1$, $\alpha \ll 1$, $\beta \ll 1$, получим

$$\beta = \alpha/n.$$

На нижней границе

$$\frac{\sin(2\alpha - \beta)}{\sin \gamma} \approx \frac{2\alpha - \beta}{\gamma} = \frac{1}{n},$$

$$\gamma = (2\alpha - \beta)n.$$

Тогда угол отклонения луча

$$\theta = \gamma - \alpha, \tag{4}$$

$$\theta = (2\alpha - \beta)n - \alpha = 2\alpha(n - 1).$$

Решим уравнение относительно n :

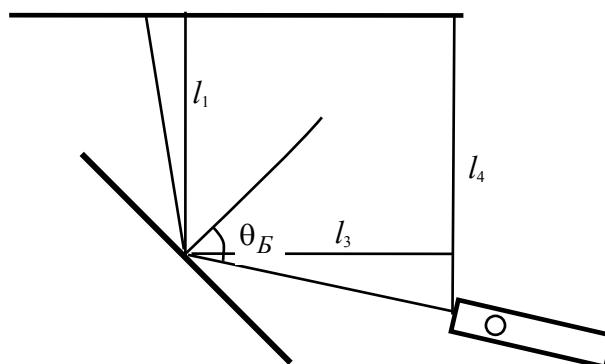
$$n = 1 + \theta / (2\alpha). \tag{5}$$

Подставляя измеренные значения $\theta \approx 1/7$ и $\alpha \approx 0.11$, получим $n = 1.64$.

Комментарий. Альтернативным способом определения показателя преломления является нахождение угла Брюстера, при котором отраженный свет полностью поляризован.

Поскольку лазерная указка генерирует частично поляризованный свет, угол Брюстера находится из условия, что при повороте указки вокруг своей оси отраженный от пленки луч значительно ослабевает. Тогда

$$\operatorname{tg} \theta_B = n. \quad (6)$$



$$n = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \operatorname{arctg} \left(\frac{l_4 - l_1}{l_3} \right) \right).$$

Этот способ дает приблизительно тот же результат: $n = 1.67$, но гораздо более чувствителен к ошибкам наблюдения, чем измерение по пропусканию света. Поэтому оценивается ниже.

Критерии оценивания

1.	Замерена толщина пленки l микрометром по 5 пленкам	1 балл
2.	Снята зависимость $U(r)$, данные сведены в таблицу	1 балл
3.	Построен график $U(r)$ или $U(\ln r)$	1 балл
4.	Снята зависимость $U(i)$, данные сведены в таблицу	1 балл
5.	Построен график $\ln(r(U_i))$ от i или от l	1 балл
6.	Найдено значения показателя k	1 балл
7.	Оценена погрешность	1 балл
8.	Описан метод для определения угла наклона шероховатостей	1 балл
9.	Получена формула (2) для угла наклона шероховатостей	1 балл
10.	Определен угол наклона шероховатостей $\alpha = 0.11 \pm 0.03$	1 балл
11.	Определен угол рассеяния согласно (3)	1 балл
12.	Получена формула (4) для угла рассеяния	1 балл
13.	Получена формула (5) или альтернативная формула (6)	1 балл
14.	Определен показатель преломления, ворота: $n = 1.67 \pm 0.15$	1 балл
15.	Оценена погрешность	1 балл

11 класс. Задача 2: “Звук в пробирке”

Известно, что зависимость амплитуды колебаний в системе от частоты внешнего периодического воздействия при не слишком больших отклонениях частоты относительно резонанса $\Delta v \ll v_p$ может быть аппроксимирована функцией

$$A(v, v_p) = \frac{A_p}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\pi(v - v_p)}{\beta}\right)^2}},$$

где A_p – резонансная амплитуда, v_p – частота резонанса, β – коэффициент затухания.

Снятие амплитудно-частотной характеристики производится с помощью специальной программы – спектроанализатора на планшете. Для его использования необходимо включить планшет, запустить приложение Physics Toolbox Suite и выбрать режим Анализатор спектра. Шкала ординат спектроанализатора проградуирована в дБ,

$D = 20 \log\left(\frac{P}{P_0}\right)$, где $P_0 = 20 \mu\text{Па}$.

Задание

1. Проведите измерения зависимости амплитуды и частоты наибольшей моды звукового сигнала, генерируемого излучателем, помещенным в пробирку, от его высоты над дном пробирки.

2. Выведите теоретическое уравнение, связывающее частоту звука, наиболее эффективно возбуждаемого в пробирке (частоту резонанса), с высотой излучателя над дном пробирки.

3. Постройте амплитудно-частотную характеристику $A(v)$ ($A(v_p)$) наибольших по амплитуде возбуждаемых мод в системе.

4. Определите скорость звука c в воздухе.

5. Определите коэффициент затухания в резонансной системе β .

Оборудование: мерный цилиндр 20 мл с подставкой, источник звука, провода, батарейка ААА, держатель для батареек ААА, спектроанализатор (планшет), миллиметровка, линейка, ножницы, скотч по требованию

Решение

Наклеим полоску миллиметровки на пробирку с помощью скотча. Проведем измерения.

Длина волны связана с частотой как

$$\lambda = \frac{c}{\nu}. \quad (1)$$

На длине резонатора при резонансе укладывается целое число полуволин

$$h_p = n \frac{\lambda_p}{2} + a, \quad (2)$$

где n – номер моды. Параметр $a = \frac{\lambda}{4}$, если резонатор закрыт с одной стороны и полностью открыт с другой стороны; $a = 0$, если оба конца резонатора наглухо закрыты. Если же один конец резонатора закрыт частично, параметр a можно считать лежащим между 0 и $\lambda/4$. Подставляя (1) в (2), получим

$$h_p = \frac{nc}{2\nu_p} + a, \quad (3)$$

Для двух соседних максимумов амплитуды в зависимости от h имеем

$$\Delta h_p = \frac{c}{2\nu_p}, \quad \nu_p = \frac{c}{2\Delta h_p}.$$

Таким образом,

$$c = \nu_p \Delta h_p. \quad (4)$$

Для нахождения коэффициента затухания β преобразуем формулу для зависимости амплитуды вблизи резонанса от частоты

$$\left(\frac{A_p}{A(\nu_p)} \right)^2 = 1 + \frac{4\pi^2}{\beta^2} (\nu - \nu_p)^2. \quad (5)$$

Строя зависимость $\left(\frac{A_p}{A(\nu_p)} \right)^2$ от $(\nu - \nu_p)^2$ и находя угловой коэффициент k полученной аппроксимирующей прямой найдем

$$\beta = \frac{2\pi}{\sqrt{k}}. \quad (6)$$

Альтернативным способом нахождения β является определение ширины резонансной кривой на уровне $\frac{A(v_p)}{A_p} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.707$. Тогда

$$\frac{2\pi}{\beta}(v_{\Phi} - v) = -1, \quad \frac{2\pi}{\beta}(v_p - v) = 1,$$

откуда получаем

$$\beta = \pi(v_2 - v_1). \quad (7)$$

Критерии оценивания

1.	Проведены измерения A и v от h , данные сведены в таблицу	2 балла
2.	Получена формула (4)	2 балла
3.	Определено значение скорости звука $c \approx 340$	1 балл
4.	Построены зависимости $A(v_p)$	3 балла
5.	Получена формула (5)	2 балла
6.	Построена линеаризованная зависимость $(A_p/A(v))^2$ от $(v - v_p)^2$ или получена формула (7)	2 балла
7.	Найдено значение β согласно формуле (6) или (7)	2 балла
8.	Оценена погрешность	1 балл