

10 КЛАСС

1. Найдите наибольшее четырёхзначное число, которое в 207 раз больше суммы своих цифр.
2. На координатной прямой отмечены 5 точек с координатами 3; 9; -7; 29; 8. Найдите координату точки, сумма расстояний от которой до указанных 5 точек минимальна.
3. Ключом шифрсистемы служит таблица 4×4, в каждую ячейку которой записана одна из цифр 0, 1, 2 и 3. При этом должны делиться на 4 сумма цифр в каждой строке, сумма цифр в каждом столбце, а также суммы цифр на каждой из двух диагоналей, отмеченных пунктиром. На рисунке приведен один из возможных вариантов ключа. Сколько существует всего различных ключей?

2	0	1	1
3	1	0	0
1	1	2	0
2	2	1	3

4. На границе Криптоландии установлена пропускная система, имеющая 17 входов и 17 выходов (входы перед границей, выходы – уже в Криптоландии). Входы и выходы занумерованы независимо друг от друга числами от 1 до 17, причем в неизвестном для посетителей Криптоландии порядке. От каждого входа проложен один «прямой» туннель к одному из выходов, причем от разных входов – к разным выходам. От каждого выхода проложен один «обратный» туннель ко входу с тем же номером, что у этого выхода. Посетитель сам выбирает один из входов. Войдя в него, он попадает в лифт, в котором есть 2 кнопки: зеленая – «ехать», красная – «выходить». Система работает следующим образом. Посетитель, находясь в лифте около входа, нажимает зеленую кнопку, лифт по прямому туннелю доставляет его к соответствующему выходу. Находясь в лифте около выхода, посетитель может: 1) нажать зеленую кнопку, и тогда лифт по обратному туннелю доставит его ко входу с тем же номером; 2) нажать красную кнопку, и тогда выход откроется, но только если его номер совпадает с номером того входа, через который посетитель вошел первоначально. В противном случае (при несовпадении номеров) посетитель будет удалён за пределы Криптоландии и сможет воспользоваться правом посещения только через год. Алиса решила провести каникулы в Криптоландии. При этом ей стала известна схема прямых туннелей системы пропуска:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
4	15	16	5	9	13	8	14	11	2	1	7	3	12	10	6

Здесь верхнее число является номером входа, а стоящее под ним число – номером того выхода, к которому ведет прямой туннель. За какое минимальное число поездок по туннелям Алиса сможет гарантированно попасть в Криптоландию?

5. Для зашифрования осмысленного слова его буквы заменили числами x_1, x_2, \dots, x_n по таблице. Затем выбирали четные натуральные числа p и q и для каждого числа x_i из соотношений $x_i = y_i + pz_i, z_i = y_i + qx_i$ нашли целые числа y_i и z_i . Потом по формулам $z'_i = r_{32}(z_i), i = 1, \dots, n$ получили числа z'_1, \dots, z'_n (где $r_{32}(a)$ – остаток от деления числа a на 32), которые вновь заменили буквами согласно таблице. В результате получили вот что: **ЩИИФБА**. Найдите исходное слово, если известно, что оно начинается на букву **Е**, и запишите его буквами в ВЕРХНЕМ регистре, то есть если у Вас получился ответ олимпиада, то его следует записать, как **ОЛИМПИАДА**.

А	Б	В	Г	Д	Е	Ё	Ж	З	И	Й	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	

6. Алиса и Боб играют в "угадай число". Чтобы никто им не помешал, они играют по следующим правилам. Алиса загадывает некоторое число $c \in \{0, \dots, 122\}$, вычисляет $m_a = r_{123}(c^7)$, где $r_{123}(a)$ – остаток от деления числа a на 123, и отправляет m_a Бобу. Боб, зная как получено m_a , пытается получить c , затем вычисляет $m_b = r_{123}(c^{29})$ и отправляет m_b Алисе. Алиса в свою очередь проверяет и говорит, то ли число получил Боб. Узнайте, какое число загадала Алиса, если Боб угадал его и m