

ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП

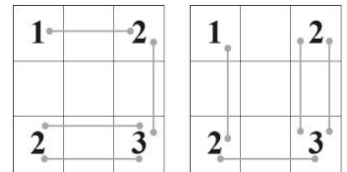
9 КЛАСС

1. На билетах в кинотеатры Кристоландии проставляется шестизначный номер от $(0,0,0,0,0,0)$ до $(7,7,7,7,7,7)$. При этом используются только цифры $0,1,2,3,4,5,6,7$.

Билет считается «счастливым», если остатки от деления на 8 суммы первых трех цифр и суммы последних трех цифр отличаются на фиксированное число $k = 1$. Например, билеты с номерами 123025 и 123779 – счастливые, а с номерами 123000 и 876111 – нет. Найдите число счастливых билетов.

2. Известно, что p_1, p_2, p_3 – различные простые числа, причем $p_1 < p_2$ и $p_3^2 = p_1 \cdot p_2 + 16$. Найдите сумму всех таких чисел p_1, p_2, p_3 .

3. Сообщение передается в виде таблицы 7×7 клеток. В каждой клетке записана либо буква, либо цифра. Чтобы прочитать сообщение, необходимо зачеркнуть отрезками лишние символы. Отрезки проводят по следующим правилам (см. примеры): 1) концы отрезков лежат только в клетках с цифрами, причем цифра показывает сколько концов в этой клетке лежит, 2) отрезки могут проходить только горизонтально или вертикально, 3) две цифры могут быть соединены не более, чем двумя отрезками. Прочитайте сообщение, которое получается выписыванием



2	в	2	а	6	е	3
в	г	у	е	а	л	а
и	о	ч	ж	и	о	с
с	е	2	н	4	ц	4
т	е	е	т	р	м	щ
ч	с	з	о	а	е	р
4	х	4	т	1	м	2

каждой третьей незачеркнутой буквы, и запишите его буквами в ВЕРХНЕМ регистре, то есть если у Вас получился ответ: **олимпиада**, то его следует записать, как **ОЛИМПИАДА**.

4. Для зашифрования сообщения каждая его буква заменяется числом по таблице (внизу страницы). В результате получается числовая последовательность x_1, \dots, x_n . Затем вырабатывают последовательность $\gamma_1, \gamma_2, \dots$ по следующему правилу: γ_1 – некоторое натуральное число, γ_2 – сумма цифр квадрата γ_1 , увеличенная на 1, и т.д. Например, если $\gamma_1 = 7$, то $\gamma_2 = 14$, $\gamma_3 = 17$ и т.д. После этого выбирается некоторое натуральное t и формируется зашифрованное сообщение по правилу: $r_{32}(x_1 + \gamma_t), \dots, r_{32}(x_n + \gamma_{t+n-1})$, где $r_{32}(a)$ – остаток от деления числа a на 32. Известно, что для $\gamma_1 = 1058$ и некоторого t получился следующий шифртекст: 23, 25, 14, 12, 16, 17, 11, 30, 16, 7, 29, 1. Восстановите исходное сообщение, и запишите его буквами в ВЕРХНЕМ регистре и без пробелов, то есть если у Вас получился ответ **олимпиада по криптографии**, то его следует записать, как **ОЛИМПИАДАПОКРИПТОГРАФИИ**.

А	Б	В	Г	Д	Е	Ё	Ж	З	И	Й	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	

5. Для зашифрования осмысленного слова его буквы переводят в числа x_1, x_2, \dots, x_n по таблице (внизу страницы). Затем выбирают натуральные числа x_0 и k . Далее число x_0 приписывают

XXX Межрегиональная олимпиада школьников им. И.Я. Верченко по математике и криптографии

в начало последовательности x_1, x_2, \dots, x_n , а число $x_{n+1} = x_0 + 11^n$ (где n – длина слова) – в ее конец. Получившаяся в результате последовательность $x_0, x_1, \dots, x_n, x_{n+1}$ (где $x_{n+1} = x_0 + 11^n$) затем преобразуется в последовательность $y_0, y_1, \dots, y_n, y_{n+1}$ по формуле

$$y_i = r_{32}(x_i + 2x_i \cdot k + k), \quad i = 0, \dots, n + 1,$$

где $r_{32}(a)$ – остаток от деления числа a на 32. Затем числа y_0, y_1, \dots, y_{n+1} заменяют буквами согласно таблице. В результате получилось вот что: **ЙЫЯСЯМЯСК**. Восстановите исходное слово, и запишите его буквами в ВЕРХНЕМ регистре, то есть если у Вас получился ответ: **олимпиада**, то его следует записать, как **ОЛИМПИАДА**.

А	Б	В	Г	Д	Е	Ё	Ж	З	И	Й	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	

6. Для зашифрования осмысленного 14-буквенного слова его буквы переводят в числа по таблице:

А	Б	В	Г	Д	Е	Ё	Ж	З	И	Й	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	

Таким образом из исходного слова получается последовательность чисел $x^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_{13}^{(0)}, x_{14}^{(0)})$. Затем выбираются некоторые числа p, q и генерируются последовательности $x^{(1)}, \dots, x^{(28)}$ (также из 14 чисел) следующим образом:

$$x^{(i)} = \left(x_2^{(i-1)}, \dots, x_{13}^{(i-1)}, r_{32}(x_1^{(i-1)} + q \cdot x_{14}^{(i-1)}) \right), \text{ при } i = 1, \dots, 14,$$

$$x^{(i)} = \left(x_2^{(i-1)}, \dots, x_{13}^{(i-1)}, r_{32}(x_1^{(i-1)} + p \cdot x_{14}^{(i-1)}) \right), \text{ при } i = 15, \dots, 28,$$

где $r_{32}(a)$ – остаток от деления числа a на 32. Затем формируется последовательность $y_1, y_2, \dots, y_{13}, y_{14}$, где $y_i = x_{14}^{(2i-1)}$, $i = 1, \dots, 14$. В соответствии с вышеуказанной таблицей каждое y_i переводится в букву и полученное «слово» отправляется. Злоумышленнику удалось перехватить слово: **ЬЛГОЧЖГЩОШСССП**. Восстановите исходное слово, если известно, что $p = 25, q = 9$, и запишите его буквами в ВЕРХНЕМ регистре, то есть если у Вас получился ответ: **олимпиада**, то его следует записать, как **ОЛИМПИАДА**.