

11 КЛАСС

- Известно, что p, p_1, p_2, p_3 – различные простые числа, причем $p_1 < p_2 < p_3$ и $p^3 + 6p^2 - 4p = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 + 24$. Найдите сумму всех таких чисел p, p_1, p_2, p_3 .
- Для зашифрования осмысленного слова его буквы переводят в числа x_1, x_2, \dots, x_n по таблице. Затем выбирают натуральные числа x_0 и k . Далее число x_0 приписывают в начало последовательности x_1, x_2, \dots, x_n , а число $x_{n+1} = x_0 + 27^{n+6}$ (где n – длина слова) – в ее конец. Получившаяся в результате последовательность $x_0, x_1, \dots, x_n, x_{n+1}$ затем преобразуется в последовательность $y_0, y_1, \dots, y_n, y_{n+1}$ по формуле $y_i = r_{32}(x_i + 6x_i \cdot k^3 + k)$, $i = 0, 1, \dots, n + 1$, где $r_{32}(a)$ – остаток от деления числа a на 32. Затем числа y_0, y_1, \dots, y_{n+1} заменяют буквами согласно таблице. В результате получили вот что: **РМНКНУГУС**. Восстановите исходное слово, и запишите его буквами в ВЕРХНЕМ регистре, то есть если у Вас получился ответ: **олимпиада**, то его следует записать, как **ОЛИМПИАДА**.

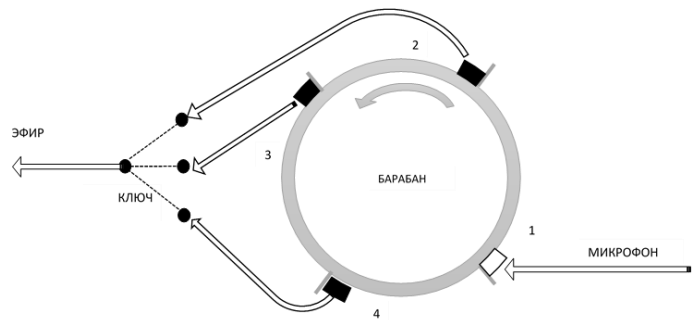
А	Б	В	Г	Д	Е	Ё	Ж	З	И	Й	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	

- Саша решил отправить Маше записку. Для этого каждую букву сообщения он заменил комбинацией из 0 и 1 согласно таблице (А – 00000, Б – 00001, ..., Я – 11111). Взяв день "Д" и номер месяца "М" своего рождения Саша вычислил $u_1 = D^2 - M^2$, $u_2 = D^2 \cdot M$, $u_3 = D + M$. Далее Саша вычислил четвертое $u_4 = r_{32}(u_1 + u_2u_3)$, пятое $u_5 = r_{32}(u_2 + u_3u_4)$, ..., n -ое число $u_n = r_{32}(u_{n-3} + u_{n-2}u_{n-1})$, где $r_{32}(a)$ – остаток от деления числа a на 32. К i -му биту символу исходного сообщения (0 или 1) он прибавил число u_i и взял остаток от деления на 2. Полученную последовательность из 0 и 1 он вновь преобразовал в буквы по таблице и получил следующее сообщение: **ЖЮШЯЧМЖОЩКРХЮ**. Помогите Маше прочитать

исходное слово, и запишите его буквами в ВЕРХНЕМ регистре, то есть если у Вас получился ответ: **олимпиада**, то его следует записать, как **ОЛИМПИАДА**.

А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И	Й	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

4. Звук записывается на магнитный слой барабана, который вращается с постоянной скоростью, совершая один оборот за 4 секунды. Рядом с барабаном по окружности через равные расстояния размещены записывающая (1) и три читающие головки (2), (3), (4). В каждый момент времени в телефонную линию передается сигнал с одной из читающих головок. Устройство спроектировано так, что каждый участок сигнала будет передан в линию один раз, а сама передача стартует, как только начало записи окажется у 3-й читающей головки. Сколько различных вариантов звука, переданного в линию, может получиться, если сообщение длилось 20 секунд?



5. Рассмотрим девять чисел k_1, \dots, k_9 , где $k_i \in \{0, 1, 2\}$. При этом хотя бы одно число k_i отлично от нуля. С помощью этих чисел вырабатывают последовательность $u_1, u_2, \dots, u_{2019}$ по формулам: $u_1 = k_1, u_2 = k_2, \dots, u_{10} = k_{10}, u_{i+10} = r_3(u_i - u_{i+1}), i = 1, 2, \dots, 2009$, где $r_3(a)$ – остаток от деления числа a на 3. Найдите такое наименьшее натуральное число l , что какие бы исходные числа k_1, \dots, k_{10} мы ни взяли, в последовательности u_1, u_2, \dots, u_l каждое из чисел 0, 1 и 2 гарантированно встретится хотя бы один раз.
6. Для зашифрования осмысленного 14-буквенного слова его буквы переводят в числа по таблице:

А	Б	В	Г	Д	Е	Ё	Ж	З	И	Й	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	

Таким образом из исходного слова получается последовательность чисел $x^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_{13}^{(0)}, x_{14}^{(0)})$. Затем выбираются некоторые числа p, q и генерируются последовательности $x^{(1)}, \dots, x^{(28)}$ (также из 14 чисел) следующим образом:

$$x^{(i)} = \left(x_2^{(i-1)}, \dots, x_{13}^{(i-1)}, r_{32} \left(x_1^{(i-1)} + q \cdot x_{14}^{(i-1)} \right) \right), \text{ при } i = 1, \dots, 14,$$

$$x^{(i)} = \left(x_2^{(i-1)}, \dots, x_{13}^{(i-1)}, r_{32} \left(x_1^{(i-1)} + p \cdot x_{14}^{(i-1)} \right) \right), \text{ при } i = 15, \dots, 28,$$

где $r_{32}(a)$ – остаток от деления числа a на 32. Затем формируется последовательность $y_1, y_2, \dots, y_{13}, y_{14}$, где $y_i = x_{14}^{(2i-1)}, i = 1, \dots, 14$. В соответствии с вышеуказанной таблицей каждое y_i переводится в букву и полученное «слово» отправляется. Злоумышленнику удалось перехватить слово: **ЬЛГОЧЖГЩОШСССП**. Восстановите исходное слово, если известно, что $p = 25, q = 9$, и запишите его буквами в ВЕРХНЕМ регистре, то есть если у Вас получился ответ: **олимпиада**, то его следует записать, как **ОЛИМПИАДА**.