

## 10 КЛАСС

1. На билетах в кинотеатры Криптоландии проставляется шестизначный номер от  $(0,0,0,0,0,0)$  до  $(7,7,7,7,7,7)$ . При этом используются только цифры  $0,1,2,3,4,5,6,7,7$ .

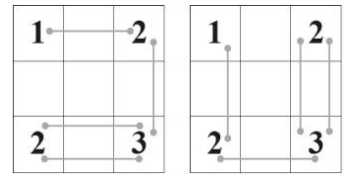
Билет считается «счастливым», если остатки от деления на 8 суммы первых трех цифр и суммы последних трех цифр отличаются на фиксированное число  $k = 1$ . Например, билеты с номерами 123025 и 123779 – счастливые, а с номерами 123000 и 876111 – нет. Найдите число счастливых билетов.

2. Известно, что  $p_1, p_2, p_3$  – различные простые числа, причем  $p_1 < p_2$  и  $p_3^2 = p_1 \cdot p_2 + 16$ .

Найдите сумму всех таких чисел  $p_1, p_2, p_3$ .

3. Сообщение передается в виде таблицы  $7 \times 7$  клеток. В каждой клетке записана либо буква, либо цифра. Чтобы прочитать сообщение, необходимо зачеркнуть отрезками лишние

символы. Отрезки проводят по следующим правилам (см. примеры): 1) концы отрезков лежат только в клетках с цифрами, причем цифра показывает сколько концов в этой клетке лежит, 2) отрезки могут проходить только горизонтально или вертикально, 3) две цифры могут быть соединены не более, чем двумя отрезками. Прочитайте сообщение, которое получается выписыванием каждой третьей незачеркнутой буквы, и запишите его буквами в ВЕРХНЕМ регистре, то есть если у Вас получился ответ: **олимпиада**, то его следует записать, как **ОЛИМПИАДА**.



2	в	2	а	6	е	3
в	г	у	е	а	л	а
и	о	ч	ж	и	о	с
с	е	2	н	4	ц	4
т	е	е	т	р	м	щ
ч	с	з	о	а	е	р
4	х	4	т	1	м	2

4. Для зашифрования сообщения каждая его буква заменяется числом по таблице (внизу страницы). В результате получается числовая последовательность  $x_1, \dots, x_n$ . Затем вырабатывают последовательность  $\gamma_1, \gamma_2, \dots$  по следующему правилу:  $\gamma_1$  – некоторое натуральное число,  $\gamma_2$  – сумма цифр квадрата  $\gamma_1$ , увеличенная на 1, и т.д. Например, если  $\gamma_1 = 7$ , то  $\gamma_2 = 14$ ,  $\gamma_3 = 17$  и т.д. После этого выбирается некоторое натуральное  $t$  и формируется зашифрованное сообщение по правилу:  $r_{32}(x_1 + \gamma_t), \dots, r_{32}(x_n + \gamma_{t+n-1})$ , где  $r_{32}(a)$  – остаток от деления числа  $a$  на 32. Известно, что для  $\gamma_1 = 1058$  и некоторого  $t$  получился следующий шифртекст: 23, 25, 14, 12, 16, 17, 11, 30, 16, 7, 29, 1. Восстановите исходное сообщение, и запишите его буквами в ВЕРХНЕМ регистре и без пробелов, то есть если у Вас получился ответ **олимпиада по криптографии**, то его следует записать, как **ОЛИМПИАДАПОКРИПТОГРАФИИ**.

А	Б	В	Г	Д	Е	Ё	Ж	З	И	Й	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	

5. Для зашифрования осмысленного слова его буквы переводят в числа  $x_1, x_2, \dots, x_n$  по таблице (внизу страницы). Затем выбирают натуральные числа  $x_0$  и  $k$ . Далее число  $x_0$  приписывают в начало последовательности  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , а число  $x_{n+1} = x_0 + 11^n$  (где  $n$  – длина слова) – в ее конец. Получившаяся в результате последовательность  $x_0, x_1, \dots, x_n, x_{n+1}$  (где  $x_{n+1} = x_0 + 11^n$ ) затем преобразуется в последовательность  $y_0, y_1, \dots, y_n, y_{n+1}$  по формуле

$$y_i = r_{32}(x_i + 2x_i \cdot k + k), \quad i = 0, \dots, n + 1,$$

где  $r_{32}(a)$  – остаток от деления числа  $a$  на 32. Затем числа  $y_0, y_1, \dots, y_{n+1}$  заменяют буквами согласно таблице. В результате получилось вот что: **ЙЫЯСЯМЯСК**. Восстановите исходное слово, и запишите его буквами в ВЕРХНЕМ регистре, то есть если у Вас получился ответ: **олимпиада**, то его следует записать, как **ОЛИМПИАДА**.

А	Б	В	Г	Д	Е	Ё	Ж	З	И	Й	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	

6. Для зашифрования осмысленного 14-буквенного слова его буквы переводят в числа по таблице:

А	Б	В	Г	Д	Е	Ё	Ж	З	И	Й	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	

Таким образом из исходного слова получается последовательность чисел  $x^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_{13}^{(0)}, x_{14}^{(0)})$ . Затем выбираются некоторые числа  $p, q$  и генерируются последовательности  $x^{(1)}, \dots, x^{(28)}$  (также из 14 чисел) следующим образом:

$$x^{(i)} = \left( x_2^{(i-1)}, \dots, x_{13}^{(i-1)}, r_{32} \left( x_1^{(i-1)} + q \cdot x_{14}^{(i-1)} \right) \right), \text{ при } i = 1, \dots, 14,$$

$$x^{(i)} = \left( x_2^{(i-1)}, \dots, x_{13}^{(i-1)}, r_{32} \left( x_1^{(i-1)} + p \cdot x_{14}^{(i-1)} \right) \right), \text{ при } i = 15, \dots, 28,$$

где  $r_{32}(a)$  – остаток от деления числа  $a$  на 32. Затем формируется последовательность  $y_1, y_2, \dots, y_{13}, y_{14}$ , где  $y_i = x_{14}^{(2i-1)}$ ,  $i = 1, \dots, 14$ . В соответствии с вышеуказанной таблицей каждое  $y_i$  переводится в букву и полученное «слово» отправляется. Злоумышленнику удалось перехватить слово: **ЬЛГОЧЖГЩОШСССП**. Восстановите исходное слово, если известно, что  $p = 25, q = 9$ , и запишите его буквами в ВЕРХНЕМ регистре, то есть если у Вас получился ответ: **олимпиада**, то его следует записать, как **ОЛИМПИАДА**.