11 КЛАСС

1. Для зашифрования слова из пяти букв каждая его буква заменяется на число согласно таблице. Полученный набор чисел $(x_0, x_1, x_2, x_3, x_4)$ затем преобразуется в набор $(y_0, y_1, y_2, y_3, y_4)$ по следующему правилу. Сначала вычисляют вспомогательные числа $\overline{y_0}, \overline{y_1}, \overline{y_2}, \overline{y_3}, \overline{y_4}$ по формулам

$$\overline{y_0} = 2^0 \cdot x_0 + 2^4 \cdot x_1 + 2^3 \cdot x_2 + 2^2 \cdot x_3 + 2^1 \cdot x_4,$$

$$\overline{y_k} = (2^k \cdot x_0 + 2^{k-1} \cdot x_1 + \cdots + 2^0 \cdot x_k) + (2^4 \cdot x_{k+1} + 2^3 \cdot x_{k+2} + \cdots + 2^{k+1} \cdot x_4), \;\; k = 1,2,3.$$

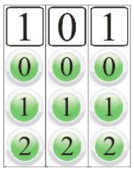
$$\overline{y_4} = 2^4 \cdot x_0 + 2^3 \cdot x_1 + 2^2 \cdot x_2 + 2^1 \cdot x_3 + 2^0 \cdot x_4.$$

А затем полагают y_k равным остатку от деления числа $\overline{y_k}$ на 32. Расшифруйте исходное слово, если $(y_0, y_1, y_2, y_3, y_4) = (18,18,27,0,0)$ и запишите его буквами в

ВЕРХНЕМ регистре , то есть если у Вас получился ответ: **олимпиада**, то его следует записать, как **ОЛИМПИАДА**.

А	Б	В	Г	Д	Е Ё	Ж	З	И	Й	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31

2. При входе в личный кабинет на терминале требуется ввести трехзначный пароль x_1, x_2, x_3, где $x_i \in \{0,1,2\}$. Для этого на терминале имеются 3 окошка, а под каждым окошком расположены три кнопки. При нажатии на кнопку в окошке над ней появляется соответствующая цифра. Сейчас в окошках выставлена комбинация 101. Какое наименьшее количество нажатий кнопок потребуется, чтобы перебрать все возможные варианты пароля?



3. В Крипто-Вегасе на табло игрового автомата отображаются два натуральных числа $x_0 = 9$ и $y_0 = 450$. При нажатии кнопки первое из этих чисел заменяется на $x_1 = r_{11}(a \cdot x_0 + b)$, где a и b – некоторые неизвестные натуральные числа, а второе число заменяется на $y_1 = r_{2017}(y_0 + 321)$. Здесь $r_k(m)$ – остаток от деления натурального числа m на k. Определите какая из следующих четырех последовательностей при надлежащем выборе a и b из вышеуказанных фиксированных x_0, y_0 могли бы совпасть с последовательностью $(x_1, \cdots, x_5)$, полученной на этом игровом автомате?

Варианты ответов:

(1): (8, 3, 0, 7, 2),

(2): (8, 9, 7, 5, 4),

(3): (7, 6, 0, 8, 1),

(4): (2, 1, 6, 6, 3)

4. Для подтверждения переводимой в банк суммы братья **А** и **В** используют «кольцевую подпись», которая не позволяет определить, кто именно из них совершил перевод. **А** имеет свой открытый ключ $e_A = 3$ и некий секрет, позволяющий для любого натурального y $(y \leq 90)$ находить x_A такое, что $y = r_{91}(x_A^{e_A})$. Здесь $r_k(m)$ – остаток от деления натурального числа m на k. (У **В** есть свой ключ $e_B = 9$ и свой секрет.) Тогда **А** для подписи суммы M случайно выбирает натуральные числа x_B и v, не превосходящие 100, вычисляет $y_B = r_{91}(x_B^{e_B})$ и находит y_A из уравнения:

$$r_{101}\big(M\big(y_A + M(y_B + v)\big) - v^3\big) = 0. \quad (*)$$

Используя свой секрет, **А** находит x_A такой, что $y_A = r_{91}(x_A^{e_A})$. Тогда тройка чисел (x_A, x_B, v) будет подтверждением факта перевода суммы M. Например, $(1, 90, 46)$ корректное подтверждение суммы 46. Выберите корректное подтверждение суммы $M = 74$.

Варианты ответов:

(1): (3,1,74),

(2): (12,2,74),

(3): (26,1,74),

(4): (6,2,74).

5. В некоторые клетки доски 4×4 Аня положила по нескольку зерен и передала доску Боре (см. рис.). *Трансверсалью* доски называется набор из 4 клеток, любые две из которых расположены в разных строках и разных столбцах. Боря за один ход может снять одинаковое количество зерен с каждой клетки какой-либо одной трансверсали. За какое минимальное число ходов Боря может снять все зерна с доски?

1	7	7	0
7	0	1	7
2	6	3	4
5	2	4	4

6. Натуралист решил исследовать популяцию кувшинок на озере. Он каждый день записывал количество кувшинок в течение 100 дней и обнаружил следующую закономерность. Каждый день число кувшинок увеличивалось на $2n + 1$ кувшинку по сравнению с предыдущим днем, где n - это номер дня наблюдения. Сколько находилось кувшинок на озере на 100 день наблюдения, если известно, что в первый день на озере была только четыре кувшинки?