ОТБОРОЧНЫЙ ТУР

9 КЛАСС

1. Про составленный из цифр 8-значный пароль $(a_1, \dots, a_8)$ известно следующее: 1) сумма первых 3 цифр $a_1 + a_2 + a_3$ делится на 5, 2) сумма всех 8 цифр $a_1 + \dots + a_8$ делится на 10. Сколько таких паролей?

2. Найдите натуральное число x, не превосходящее 85, если известно, что остатки от деления числа x^2 на 85 и 127 равны соответственно 66 и 30.

3. Даны множества:

$X_1 = \{1, 4, 6, 7, 8, 9\}$, $X_2 = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $X_3 = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $X_4 = \{1, 4, 7\}$, $X_5 = \{1, 2, 3, 5, 7, 8, 9\}$, $X_6 = \{1, 6, 8, 9\}$, $X_7 = \{7, 9\}$, $X_8 = \{7, 8\}$, $X_9 = \{8, 9\}$.

Сколько существует наборов *различных* цифр $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9)$ таких, что $a_i \in X_i$?

4. Злоумышленник хочет получить доступ к банковской ячейке, защищенной кодовым замком. Комбинация из трех цифр (u,v,w), отпирающая замок, ему не известна. Злоумышленнику удалось изготовить проксимити-карты со следующей информацией: на первой карте записаны цифры (9,5,2), на второй – (3,6,1), на третьей – (1,3,4), на четвертой – (7,8,6). При прикладывании карты с информацией (a,b,c) к считывающему устройству банковской ячейки, ее кодовый замок из состояния (i,j,k) переходит в состояние $(i+a,j+b,k+c)$. (Если какая-либо сумма превосходит 9, то она заменяется ее остатком от деления на 10.) Как только замок оказывается в состоянии (u,v,w), он немедленно открывается. Какое наименьшее количество из имеющихся карт следует использовать, чтобы гарантированно открыть ячейку, независимо от установленной отпирающей комбинации (u,v,w) и начального состояния замка?

5. Агенту передаются сообщения с помощью специальных «передающих» часов, установленных на главной площади города. В заранее условленное время агент приходит к часам и начинает следить за их секундной стрелкой. Если прошла секунда, а стрелка не сдвинулась, значит передан 0, в противном случае (прошла секунда и стрелка сдвинулась) передана 1. Каждая буква сообщения закодирована пятизначной комбинацией из 0 и 1 в соответствии с таблицей (считается, что Е=Ё). Данные из таблицы считывается снизу вверх. Так, например, буква Б заменяется на 00001. При приёме сообщения случайный прохожий ненадолго отвлёк агента. Восстановите сообщение и запишите его в ВЕРХНЕМ регистре и без пробелов, если известно, что за время сеанса связи часы отстали на 81 секунду, а в блокноте у агента записаны следующие знаки:

0010001110011000110101110011000010110000000100010010100011011100010001101111110110
1001010111101110100010010111001000000100110010001 01

А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И	Й	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

6. Кузнечик находится в точке О на некоторой прямой. По этой прямой он может прыгать вправо или влево, но только на расстояние, равное 1260, 2016, 2688 или 4200 миллиметров. На каком наименьшем расстоянии (отличном от 0) от точки О он может оказаться за конечное число прыжков?