

Условия и ответы на задачи заключительного этапа 2012-13 учебный год

Задача 1.

Известно, что десятизначное число $A = 2013x2013y$ делится нацело на 121. Найдите все возможные пары цифр (x, y) . Решение обоснуйте.

Задача 2.

При передаче сообщения по факсу, произошел сбой. В результате на листе было напечатано (изображение увеличено)



Восстановите текст (ответ обоснуйте). Известно, что исходный шрифт выглядел так

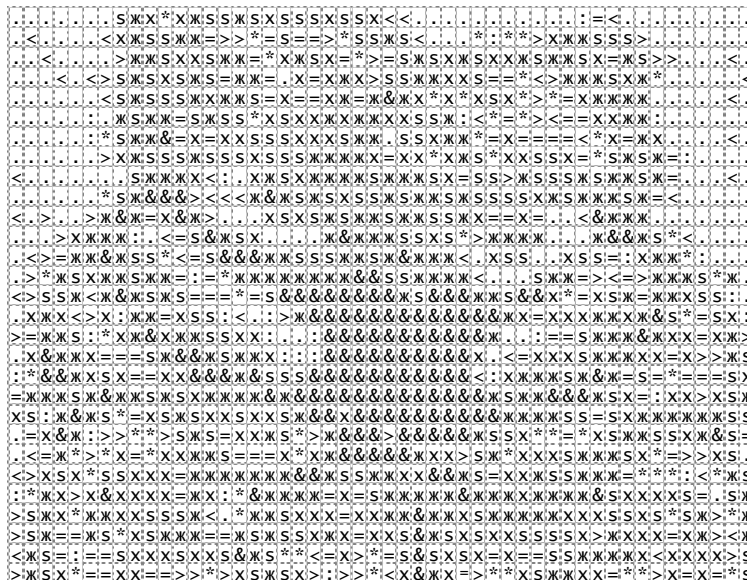
А Б В Г Д Е Ё Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я.

| Цвета | |
|-------|---|
| 1 | х |
| 2 | . |
| 3 | & |
| 4 | : |
| 5 | * |
| 6 | > |
| 7 | < |
| 8 | s |
| 9 | = |
| 0 | ж |

Рис. 1

Задача 3.

В картинке, вышитой «крестиком», Ксюша скрыла послание Сереже. Буквы она заменила парами цифр в соответствии с алфавитным порядком: А=01, Б=02, ... , Я=33. Затем Ксюша выбрала простое число p . Для цифры послания с номером k крестик нужного цвета



вышивался в клетке с номером pk . Нужный цвет определялся по рис.1, а клетки в схеме нумеруются *слева направо снизу вверх* (например, левая нижняя клетка имеет номер 1, а клетка над ней - 51). Затем Ксюша завершила оставшуюся часть картинки. Прочитайте скрытое послание.

Задача 4.

Пусть a_{ij} – число, стоящее в строке с номером i и столбце с номером j квадратной таблицы A (табл. 2). По таблице A построена таблица B , в строке с номером i и столбце с номером j которой стоит выражение $x^{2^{a_{ij}}}$. Набор из десяти клеток таблицы будем называть «правильным», если в нем присутствуют ровно по одной клетке из каждого столбца и каждой строки. Вычисляются произведения элементов,

Табл. 2

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 6 | 7 | 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 5 | 8 | 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 8 | 5 | 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | 7 | 6 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 9 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 3 | 4 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 | 4 | 2 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 | 2 | 3 |

Рис. 2

входящих в правильные наборы. Результатом являются выражения вида x^n .
Найдите наибольшую возможную степень правильного набора (число n) и число правильных наборов степени 1023.

Задача 5.

При установке соединения между компьютерами **А** и **В** используется следующий вариант т.н. «процедуры рукопожатия»: 1) **А** выбирает натуральное число x , не большее 5250, и пересылает **В** значение функции $F(x)$, а затем **В** пересылает **А** число $F(x+1)$; 2) теперь **В** выбирает натуральное число y , не большее 5250, и пересылает **А** число $F(y)$, а **А** пересылает в ответ $F(y+1)$. При этом, $F(t) = r_{5251}(t^3)$, где $r_{5251}(t)$ - остаток от деления целого числа t на число 5251. Найдите числа x и y , если в сети последовательно наблюдались числа: 506, 519, 229 и 231. *Замечание:* известно, что в компьютерах **А** и **В** реализована процедура, решающая уравнение $r_{5251}(x^3) = a$, где x – неизвестное целое число, $0 \leq x \leq 5250$, и число 5251 выбрано так, что это уравнение имеет единственное решение.

Задача 6.

При осмотре логова варваров-хакеров сотрудниками информационной полиции были обнаружены следующие предметы, использовавшиеся для шифрования информации: линейка (см. рис.3); и катушка с белой нитью, на

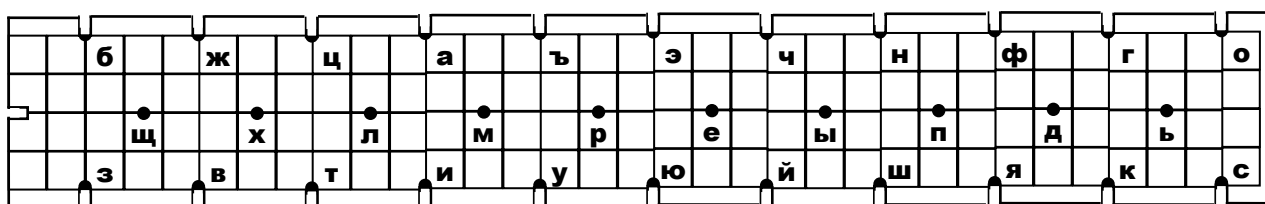


Рис. 3