

## Условия и ответы на задачи заключительного этапа 2012-13 учебный год

### Задача 1.

Докажите, что из любых пяти различных натуральных чисел всегда можно выбрать три различных числа так, что их сумма будет делиться на три. Докажите, что из любых двадцати пяти различных натуральных чисел всегда можно выбрать девять различных чисел так, что их сумма будет делиться на девять.

### Задача 2.

Ксюша вышивала крестиком. Внутри вышивки она скрыла послание Сереже. Для этого она

цифр	цвета
1	x
2	.
3	&
4	:
5	*
6	>
7	<
8	s
9	=
0	..

представила русские буквы парами цифр в соответствии с их номерами в алфавите: А=01,



Рис. 2.

Б=02, ... , Я=33, а затем цифры – цветами (на рис. 1 представлены условные обозначения использованных цветов). Сначала она вышила само послание. При этом крестик, соответствующий цифре послания с номером  $k$ , она вышивала в позиции с номером  $k^2 + ak + b$ . Позиции нумеруются слева направо, сверху вниз (например, левая верхняя клетка имеет номер 1, а клетка под ней – номер 51). Затем Ксюша стала заполнять оставшуюся часть картинку, но последние две строчки вышить не успела (рис.2). Прочитайте спрятанное послание.

**Ответ:** Медвежонок в подарке.

### Задача 3.

При установке TCP/IP соединения между компьютерами **A** и **B** используется так называемая «процедура рукопожатия»: 1) **A** выбирает натуральное число  $x$ , не большее 5988, и передает **B** значение функции  $F(x)$ , а **B** отвечает **A** числом  $F(x+1)$ ; 2) **B** выбирает натуральное число  $y$ , не большее 5988, и передает **A** число  $F(y)$ , при этом **A** отвечает **B** числом  $F(y+1)$ . Значение функции  $F$  равно остатку от деления на 5989 значения аргумента, возведенного в третью степень. Найдите числа  $x$  и  $y$ , если в сети последовательно наблюдались числа: 1369, 1421, 2795 и 2804. Число 5989 выбрано так, что значение аргумента определяется по значению функции  $F$  однозначно.

#### Задача 4.

Вид	Кол-во
(**1*1***)	21
(1****0**)	23
(101*1*0*)	4
(1*1*10**)	5
(10***00*)	4
(101*100*)	1

Номера гостиницы Криптохауз открываются магнитными карточками, на которых записаны ключевые последовательности из нулей и единиц длины 8. Чтобы карточка открыла номер класса «эконом» необходимо, чтобы на ней был записан ключ вида (10\*\*\*\*0\*), номер «стандарт» - ключ вида (\*\*1\*1\*\*\*), «люкс» - (1\*\*\*\*0\*\*). На местах, помеченных символом «\*», может быть любой из двух символов. Табл. 1. Каждый из 174 работников Криптохауза имеет ровно по 9 различных ключей и может использовать только их. Известно, что любой из существующих ключей изготовлен ровно в 27 экземплярах и находится в пользовании. Найдите минимальное число работников, открывающих номера класса «эконом», если получена информация о наличии ключей существующих типов (см. табл. 1).

#### Задача 5.

В клетках таблицы на рис. 4 записаны числа, являющиеся степенями числа 2. Набор из десяти клеток таблицы будем

16	32	64	<b>128</b>	1	1	1	1	1	1
32	16	<b>128</b>	64	1	1	1	1	1	1
64	<b>128</b>	16	32	1	1	1	1	1	1
<b>128</b>	64	32	16	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	256	<b>512</b>	1	1	1	1
1	1	1	1	<b>512</b>	1	256	1	1	1
1	1	1	1	1	256	<b>512</b>	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	2	4	<b>8</b>
1	1	1	1	1	1	1	4	<b>8</b>	2
1	1	1	1	1	1	1	<b>8</b>	2	4

называть «правильным», если в нем присутствуют ровно по одной клетке каждого столбца и каждой строки. Найдите наибольшую возможную сумму чисел в клетках правильного набора и число правильных наборов с суммой 1023.

### Задача 6.

При раскопках стоянки первобытных хакеров были обнаружены приспособления, предположительно использовавшиеся для шифрования паролей: частично поврежденная фигурная линейка (см. рис. 5.) и катушка с белой нитью, на которую нанесены одинаковые черные метки. Расстояния между последовательно идущими метками измерены в единицах деления найденной линейки и равны: 29.5; 24.5; 90; 29.5; 40; 32. Прочитайте пароль, зашифрованный хакерами

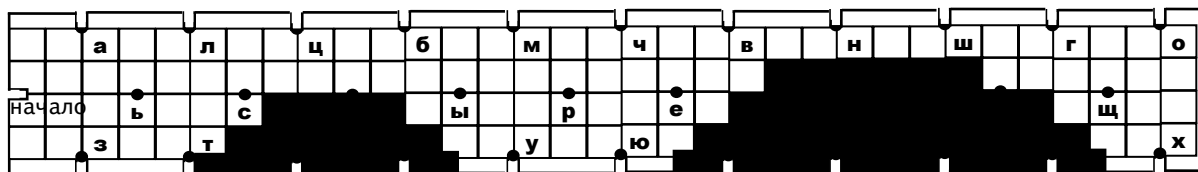


Рис. 5.