

## Условия и ответы на задачи заключительного этапа 2012-13 учебный год

### Задача 1.

Известно, что десятизначное число  $A = 2013x2013y$  делится нацело на 121. Найдите все возможные пары цифр  $(x, y)$ . Решение обоснуйте.

**Ответ:** (0,0).

### Задача 2.

При передаче сообщения по факсу, произошел сбой. В результате на листе было напечатано (изображение увеличено)



Восстановите текст (ответ обоснуйте). Известно, что исходный шрифт выглядел так

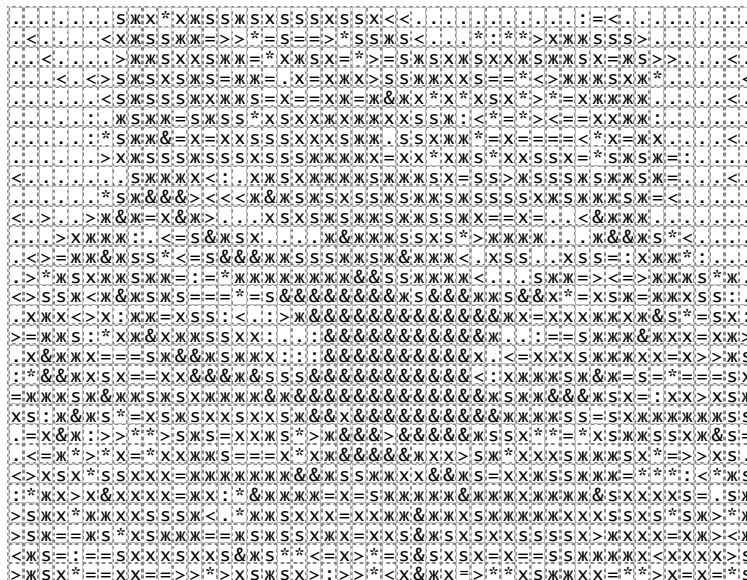
А Б В Г Д Е Ё Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я.

Цвета	
1	х
2	.
3	&
4	:
5	*
6	>
7	<
8	s
9	=
0	ж

**Рис.1** Ответ: ЛЕДНИКОВЫЙ ПЕРИОД.

**Задача 3.**

В картинке, вышитой «крестиком», Ксюша скрыла послание Сереже. Буквы она заменила парами цифр в соответствии с алфавитным порядком: А=01, Б=02, ... , Я=33. Затем Ксюша выбрала простое число  $p$ . Для цифры послания с номером  $k$  крестик нужного цвета



вышивался в клетке с номером  $pk$ . Нужный цвет определялся по рис.1, а клетки в схеме нумеруются *слева направо снизу вверх* (например, левая нижняя клетка имеет номер 1, а клетка над ней - 51). Затем Ксюша завершила оставшуюся часть картинки. Прочитайте скрытое послание.

**Ответ:** ПАРОЛЬ МЕДВЕЖАТА.

**Задача 4.**

Пусть  $a_{ij}$  – число, стоящее в строке с номером  $i$  и столбце с номером  $j$  квадратной таблицы  $A$  (табл. 2). По таблице  $A$  построена таблица  $B$ , в строке с номером  $i$  и столбце с номером  $j$  которой стоит выражение  $x^{2^{a_{ij}}}$ . Набор из десяти клеток таблицы будем называть «правильным», если в нем присутствуют ровно по одной клетке из каждого столбца и каждой строки. Вычисляются произведения элементов,

Табл. 2

5	6	7	8	0	0	0	0	0	0
6	5	8	7	0	0	0	0	0	0
7	8	5	6	0	0	0	0	0	0
8	7	6	5	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	9	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	9	0	0	0
0	0	0	0	0	1	9	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	2	3	4
0	0	0	0	0	0	0	3	4	2
0	0	0	0	0	0	0	4	2	3

входящих в правильные наборы. Результатом являются выражения вида  $x^n$ .  
Найдите наибольшую возможную степень правильного набора (число  $n$ ) и  
число правильных наборов степени 1023.

**Ответ:** 2608; 72.

### Задача 5.

При установке соединения между компьютерами **A** и **B** используется следующий вариант т.н. «процедуры рукопожатия»: 1) **A** выбирает натуральное число  $x$ , не большее 5250, и пересылает **B** значение функции  $F(x)$ , а затем **B** пересылает **A** число  $F(x+1)$ ; 2) теперь **B** выбирает натуральное число  $y$ , не большее 5250, и пересылает **A** число  $F(y)$ , а **A** пересылает в ответ  $F(y+1)$ . При этом,  $F(t) = r_{5251}(t^3)$ , где  $r_{5251}(t)$  - остаток от деления целого числа  $t$  на число 5251. Найдите числа  $x$  и  $y$ , если в сети последовательно наблюдались числа: 506, 519, 229 и 231. *Замечание:* известно, что в компьютерах **A** и **B** реализована процедура, решающая уравнение  $r_{5251}(x^3) = a$ , где  $x$  – неизвестное целое число,  $0 \leq x \leq 5250$ , и число 5251 выбрано так, что это уравнение имеет единственное решение.

**Ответ:**  $(x, y) = (102, 72)$ .

### Задача 6.

При осмотре логова варваров-хакеров сотрудниками информационной полиции были обнаружены следующие предметы, использовавшиеся для шифрования информации: линейка (см. рис.3); и катушка с белой нитью, на

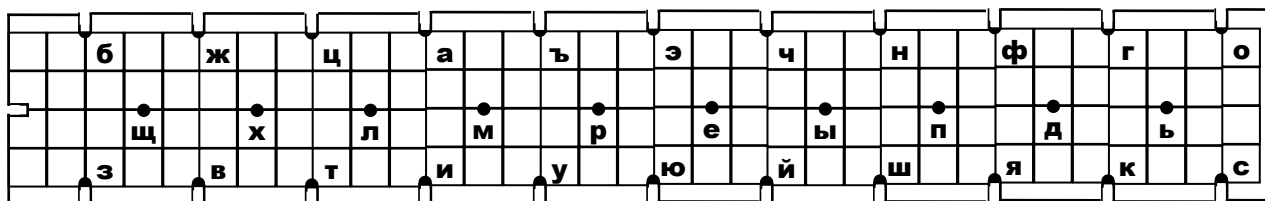


Рис. 3