

Первый тур XX Межрегиональной олимпиады школьников по математике и криптографии (ноябрь 2010 года)

Задачи

Задача №1. Четыре фразы на русском языке записываются без знаков препинания и пробелов. Для зашифрования каждой фразы используются неизвестные последовательности цифр x_1, x_2, \dots . Буквы во фразе последовательно заменяются на пары цифр согласно таблице 1.

Табл. 1

А	Б	В	Г	Д	Е	Ё	Ж	З	И	Й	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	00

Зашифрование состоит в преобразовании получившейся цепочки цифр по следующему правилу. К первой цифре цепочки прибавляем цифру x_1 и записываем последнюю цифру суммы, потом ко второй цифре цепочки прибавляем x_2 и также записываем последнюю цифру суммы и т.д. Результат зашифрования выглядит следующим образом:

- 1) 0436389637110156289614062778022668915272874106897713780236
- 2) 903913973306253415922423357601144271609271
- 3) 17915094077497245567822036742365175971
- 4) 3703532519925327917085909750657981901587194945023834835000452922

Известно, что две фразы зашифрованы с помощью одной и той же последовательности. Укажите, какие именно.

Задача №2. Известно, что число $N = 201853417$ является произведением двух простых чисел p и q , а количество натуральных чисел, меньших N и взаимно простых с N , равно 201823300. Найдите числа p и q .

Задача №3. Для доступа к общему почтовому ящику в Интернете Катя и Юра пользуются паролем **СВЕЧА**. Катя решает сменить этот пароль на новый (осмысленное слово русского языка из пяти букв). Новый пароль передается по сети Юре в зашифрованном виде. Зашифрование осуществляется так: первые буквы нового и старого пароля заменяются числами согласно таблице 2,

Табл. 2

А	Б	В	Г	Д	Е	Ё	Ж	З	И	Й	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	0

затем эти числа складываются, а полученная сумма заменяется остатком от деления на 33. Таким же образом затем поступают со вторыми буквами паролей, затем с третьими и т.д. После процедуры расшифрования Юра получил нечитаемый пароль из английских букв: **SARCL**. Оказалось, что программа расшифрования Юры была настроена на работу с английским алфавитом. При этом перед расшифрованием программа приводила числовые значения поступившего зашифрованного пароля и старого пароля к остаткам от деления на 26, а расшифрование заключалось в нахождении их разностей (к отрицательной разнице прибавлялось число 26), которые приводились к буквенному виду согласно таблице 3.

Табл. 3

А	В	С	Д	Е	F	Г	Н	И	Ј	К	Л	М	Н	О	Р	Q	Р	С	Т	U	V	W	Х	Y	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	0

Помогите Юре понять, какой новый пароль установила Катя.

Задача №4. Для зашифрования фразы был взят кубик Рубика с нанесенными на гранях русскими буквами. Развертка кубика показана на рисунке 1. Три его грани повернули по часовой стрелке на 90° . При этом грань с меньшим номером поворачивалась раньше, чем грань с большим номером. Затем каждая буква фразы отыскивалась на грани кубика и заменялась на букву этой же грани, которая следует за ней по часовой стрелке (так, например, для рисунка 1 буква **А** перейдет в букву **Б**, буква **П** в **С**). Буквы, находящиеся в центре грани, не заменялись. Известно, что перед шифрованием запятая во фразе заменялась на **ЗПТ**, точка – на **ТЧК**, а пробелы пропускались.

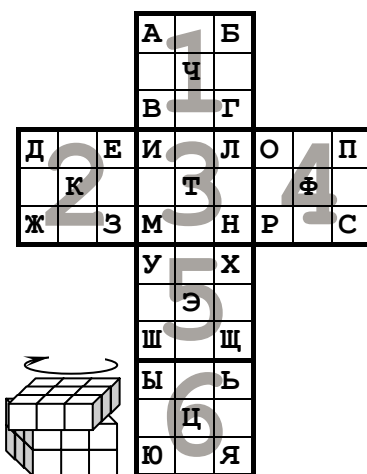


Рисунок 1

Получилось: **ЖЕОЛАДТАЪХТПЖСТНЩИХГБПЗИОЛЖБТЧК**. Найдите исходное сообщение.

Задача №5. В клетки квадратной таблицы, состоящей из 5 строк и 5 столбцов, записывают 0 либо 1. При этом числа, расположенные симметрично относительно главной диагонали (из левого верхнего в правый нижний угол), не могут быть одновременно равны 1, а на самой диагонали есть хотя бы один 0. Найдите число таких вариантов заполнения таблицы.