



МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ И КРИПТОГРАФИИ

1. В осмысленном сообщении на русском языке, записанном без знаков препинания и пробелов, переставили буквы: **НМПЕРОРААО**. Затем первую букву заменили на ту, которая следует за ней через некоторое число позиций в алфавите, выписанному по кругу (см. рис. 1), вторую букву – на ту, которая следует за ней через другое число позиций в алфавите

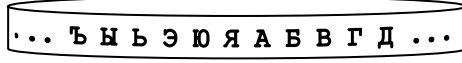


Рис. 1

и так далее, при этом одинаковые буквы могут перейти в разные, а разные – в одинаковые. Получили: **АБАБАББАВГ**. И, наконец, эти буквы выстроили в исходном порядке: **АГБВААББАВ** (то есть, если, например, первую букву исходного сообщения поставили на третье место, то теперь третью букву поставили на первое). Восстановите исходное сообщение.

2. В нейрокompьютере используется упрощенная модель нейрона – клетки головного мозга (см. рис. 2). По трем каналам x_1, x_2, x_3 в клетку поступают нули и единицы, из которых внутри неё формируется сумма $S = a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3$ (a_1, a_2, a_3 – целые). Затем S сравнивается с некоторым целым параметром c , и если $S \geq c$, то на выходе клетки формируется значение $y = 1$, иначе – $y = 0$.

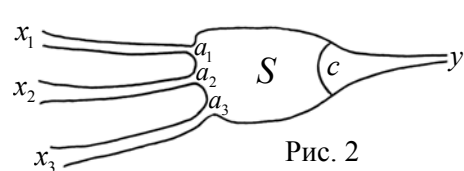


Рис. 2

Найдите какие-либо целые параметры a_1, a_2, a_3, c такого нейрона, чтобы $y = 1$ на наборах $(0,0,0)$, $(1,0,0)$, $(1,1,0)$ и $y = 0$ – на остальных наборах.

3. Для открытия подземелья в волшебной стране надо правильно назвать три целых числа a, b, c , служащих коэффициентами квадратичной функции $f(x) = ax^2 + bx + c$. Значения функции для четырех значений аргумента были переданы представителям четырех рас: троллям – значение $f(21)$, эльфам – $f(24)$, гномам – $f(25)$, оркам – $f(28)$. Когда представители рас встретились, чтобы совместно найти a, b, c и открыть подземелье, один из представителей, чтобы сорвать мероприятие, предъявил неверное значение. Выясните, кто это был, если известно, что тролли предъявили число 273, эльфы – 357, гномы – 391, орки – 497.

4. Для зашифрования натурального числа m используется граф, представляющий собой множество вершин, некоторые из которых соединены друг с другом прямой линией. Вершины графа, соединенные друг с другом, называют соседними. Зашифрование состоит в следующем. В вершины графа записываются натуральные числа так, чтобы их сумма была равна m . Затем к числу в каждой вершине прибавляются числа в соседних вершинах. В результате получается граф, в котором «зашифровано» число m .

Пример: для зашифрования числа 8 будем использовать граф на рис. 3. В его вершины поместим числа, сумма которых равна 8 (рис. 4). Затем к каждому числу прибавим числа в соседних вершинах. Результат зашифрования указан на рис. 5. На рис. 6 приведен результат зашифрования некоторого числа. Найдите его.



Рис. 3

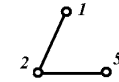


Рис. 4

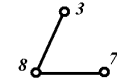


Рис. 5

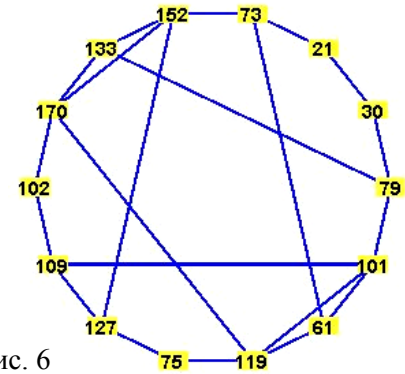


Рис. 6

5. На клавиатуре мобильного телефона одной кнопке сопоставлено по несколько букв: кнопке 2 соответствуют буквы ABC, 3 – DEF, 4 – GHI, 5 – JKL, 6 – MNO, 7 – PQRS, 8 – TUV, 9 – WXYZ. Выбор нужной буквы определяется числом нажатий на кнопку. Например, нажав на 4 один раз, получим букву G, а два нажатия на 4 дадут или букву H (если нажимать быстро) или две буквы G (если нажимать с паузой). Известно, что при наборе пароля из 9 букв были нажаты последовательно кнопки 778888222224. Определите число возможных вариантов паролей.

6. В концах диаметра окружности стоят числа 3 и 5, разбивающие окружность на две дуги. Совершим по окружности n оборотов по часовой стрелке, приняв за начало обхода один из концов диаметра. После прохождения каждой имеющейся на данный момент дуги делим её пополам и в середине записываем число $\frac{x+y}{2}$, где x и y – числа, стоящие на концах пройденной дуги, взятые в порядке направления обхода. Найдите сумму всех записанных чисел после n оборотов.