

9 класс

1. Пули из игрушечного пистолета вылетают со скоростью $V=20\text{ м/с}$. Петя делает два выстрела вертикально вверх с интервалом $\tau = 0,8\text{ с}$. На какой высоте от точки выстрела пули столкнутся? На сколько метров различаются пройденные первой и второй пулей пути к моменту их столкновения? Ускорение свободного падения $g = 10\text{ м/с}^2$.

Решение

В момент столкновения координаты пуль совпадут, т.е.

$$y = Vt - \frac{gt^2}{2} = V(t - \tau) - \frac{g(t - \tau)^2}{2}$$

Отсюда получаем время полёта первой пули $t = \frac{\tau \frac{g}{2} + V}{g} = 2,4\text{ с}$.

Тогда высота $h = y = Vt - \frac{gt^2}{2} = 20 \cdot 2,4 - \frac{10 \cdot 5,76}{2} = 19,2\text{ м}$.

Время подъёма пули до верхней точки траектории $t_1 = V/g = 2\text{ с}$.

Максимальная высота подъёма первой пули $H = 20 \cdot 2 - \frac{10 \cdot 4}{2} = 20\text{ м}$.

К моменту встречи первая пуля пролетела путь $S_1 = 20 + 0,8 = 20,8\text{ м}$, а вторая $S_2 = 19,2\text{ м}$, разница составляет $\Delta S = 20,8 - 19,2 = 1,6\text{ м}$

Ответ: 19,2 м; 1,6 м

2. В одном теплоизолированном сосуде находится $V_1 = 6\text{ л}$ воды при температуре $t_1 = 80^\circ\text{C}$, во втором $V_2 = 1\text{ л}$ воды при температуре $t_2 = 20^\circ\text{C}$. Из первого сосуда во второй переливают 1 литр воды и перемешивают содержимое. Затем из второго сосуда переливают 1 литр воды в первый сосуд. Определите температуру, установившуюся в результате в первом сосуде.

Плотность воды $\rho = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, удельная теплоёмкость воды $c_1 = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$.

Решение

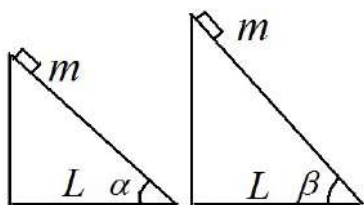
Пусть после переливания из первого сосуда во второй массы Δm в нём установится температура t_3 . Тогда $\Delta m \cdot c (t_1 - t_3) = m_2 c (t_3 - t_1)$. (1)

После переливания такой же массы в 1 сосуд в нём устанавливается температура t_4 .

$\Delta m \cdot c (t_3 - t_4) = (m_1 - \Delta m) c (t_4 - t_1)$. (2)

Решая эту систему уравнений и учитывая, что $m = \rho V$, получаем $t_4 = 75^\circ\text{C}$.

Ответ: 75°C



3. Небольшой диск массы $m = 50\text{ г}$ соскальзывает поочередно с двух наклонных плоскостей, изображённых на рисунке за одинаковое время. Углы $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$. Определить коэффициент трения

скольжения, считая, что наклонные плоскости изготовлены из одинакового материала. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Решение

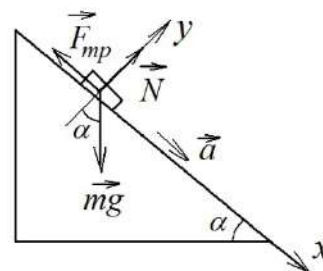
Запишем II закон Ньютона в проекциях на

$$OX: mg \sin \alpha - F_{mp} = ma_1 \quad (1)$$

$$OY: N = mg \cos \alpha;$$

$F_{mp} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$ подставляем в (1) и находим ускорение $a_1 = g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha$. (2)

Для второго клина соответственно получаем $a_2 = g \sin \beta - \mu g \cos \beta$.

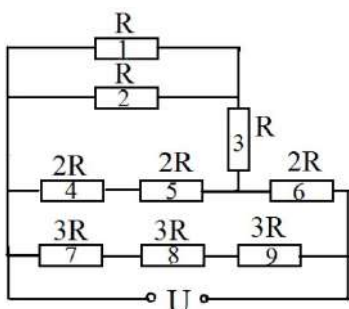


Путь, пройденный в первом случае $S_1 = \frac{L}{\cos \alpha} = \frac{a_1 t^2}{2}$, тогда ускорение $a_1 = \frac{2L}{\cos \alpha t^2}$, а во втором случае $a_2 = \frac{2L}{\cos \beta t^2}$.

Подставляем ускорения в (1) и (2) и делим эти выражения $\frac{\sin \alpha - \mu \cos \alpha}{\sin \beta - \mu \cos \beta} = \frac{\cos \beta}{\cos \alpha}$.

Выражаем отсюда коэффициент трения $\mu = \frac{1(\sin 2\alpha - \sin 2\beta)}{2(\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta)} = \frac{0,866 - 1}{2(0,25 - 0,5)} = 0,27$

Ответ: 0,27



4. Определите общее сопротивление для приведённой схемы. Сопротивления резисторов указаны на схеме, $R = 266 \text{ Ом}$. Для удобства решения резисторы пронумерованы.

Решение

Резисторы 1 и 2 соединены параллельно $R_{12} = \frac{R}{2}$; К ним последовательно подключен резистор 3, т.е $R_{1-3} = R_{12} + R_3 = \frac{3}{2}R$.

Резисторы 4 и 5 соединены последовательно $R_{45} = 2R + 2R = 4R$ и они параллельны R_{1-3} . Тогда $R_{1-5} = \frac{R_{1-3} \cdot R_{45}}{R_{1-3} + R_{45}} = \frac{12}{11}R$. $R_{1-6} = \frac{12}{11}R + 2R = \frac{34}{11}R$.

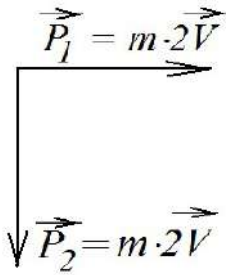
Резисторы 7, 8, 9 соединены последовательно $R_{7-9} = 9R$ и они параллельны R_{1-6} .

Тогда общее сопротивление $R_{об} = \frac{R_{7-9} \cdot R_{1-6}}{R_{7-9} + R_{1-6}} = \frac{306}{133}R = \frac{306}{133} \cdot 266 = 612 \text{ Ом}$

Ответ: $306R/133 = 612 \text{ Ом}$

5. Материальная точка массы m движется со скоростью $2V$. Перпендикулярно ей движется материальная точка массы $2m$ со скоростью V . На них одновременно начинают действовать одинаковые по величине и направлению силы. Через некоторое время направление скорости первой точки становится перпендикулярным первоначальному, а величина скорости остаётся $2V$. Определите величину и направление скорости второй точки в этот момент. Скорость $V = \sqrt{20} \text{ м/с}$. Ответ поясните рисунком.

Решение

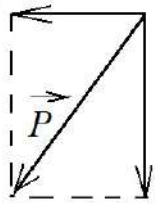


Для решения используем закон изменения импульса $\vec{F}\Delta t = \vec{P}_2 - \vec{P}_1$, где Δt – время действия силы, P – импульс. Тогда для первой точки в проекции на ось OX : $F_x\Delta t = 0 - m2V$, на ось OY : $F_y\Delta t = m2V - 0$.

У второй точки начальный импульс направлен перпендикулярно начальному импульсу первой, например, вниз по оси y .

На вторую точку действует та же сила, то есть проекции силы на ось одинаковы, тогда

$$P_x = 2m \cdot U_x$$



$$F_x\Delta t = 2mU_x - 0 = -m2V, \quad \text{т.е. } U_x = -V.$$

$$F_y\Delta t = 2mU_y - 2mV = m2V, \quad \text{т.е. } U_y = 2V.$$

Конечный импульс и его проекции изображены на рисунке.

Модуль скорости второй точки $U = \sqrt{U_x^2 + U_y^2} = \sqrt{V^2 + 4V^2} = \sqrt{5}V = \sqrt{20}\sqrt{5} = 10\text{ м/с}$

Ответ: 10 м/с