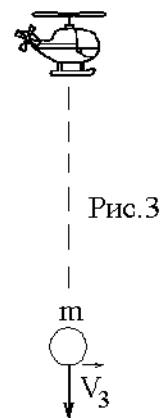
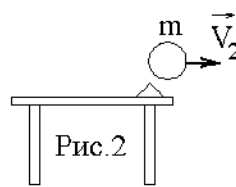
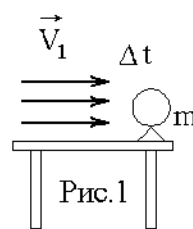


11 класс

1. Маленький шарик массы $m = 100$ г установлен на подставке. Порыв ветра, длительностью $\Delta t = 0,2$ с (см. рис. 1) сдул шарик с подставки. Скорость ветра при этом была горизонтально направлена и равна $v_1 = 50$ м/с. Ветер сообщил шарiku скорость $v_2 = 0,5$ м/с (см. рис. 2). Оцените максимальную скорость v_3 , до которой смог бы разогнаться этот шарик, сброшенный с большой высоты с вертолета (см. рис. 3).



1) Какая скорость у него получилась при вычислениях?

2) До какой скорости разогнался бы другой шарик с увеличенным в 2 раза радиусом из того же материала?

Примечание: при маленьких скоростях тел сопротивлением воздуха обычно пренебрегают, но при очень больших скоростях возникает большая сила сопротивления воздуха, модуль которой пропорционален квадрату скорости воздуха относительно тела и площади поперечного сечения тела: $F_{\text{сопр}} = S_{\text{сеч}} \cdot v_{\text{отн}}^2$.

Решение

1) Импульс силы ветра придает импульс шарiku $F_{\text{сопр}1} \Delta t = mV_2$.

При падении с вертолета сила сопротивления воздуха будет компенсировать силу тяжести шарика:

$$F_{\text{сопр}2} = mg$$

Поделим эти уравнения друг на друга

$$\frac{F_{\text{сопр}1} \Delta t}{F_{\text{сопр}2}} = \frac{mV_2}{mg} \Rightarrow \frac{V_1^2}{V_3^2} = \frac{V_2}{g \Delta t} \Rightarrow V_3 = V_1 \sqrt{\frac{g \Delta t}{V_2}} = 50 \sqrt{\frac{10 \cdot 0,2}{0,5}} = 100 \text{ м/с.}$$

2) Анализируем формулу объема шара $V = \frac{4}{3} \pi R^3$, где R – радиус шара. Если радиус шарика увеличить в 2 раза, то его масса (объем) увеличится в 8 раз. Значит, чтобы скомпенсировать теперь его силу тяжести, надо увеличить силу сопротивления в 8 раз. Площадь сечения увеличится в 4 раза, квадрат скорости должен увеличиться при этом еще в 2 раза. Значит, сама скорость возрастет в $\sqrt{2}$ раз и станет равной 141 м/с.

Ответ: 1) 100 м/с; 2) 141 м/с

2. На рисунке изображена часть цепи, расположенной между двух клемм А и В, при этом потенциал точки А больше потенциала точки В. Верхняя часть цепи состоит из последовательно соединенных резисторов с сопротивлениями 1 Ом, 3 Ом и 5 Ом, а нижняя часть из последовательно соединенных резисторов с сопротивлениями 2 Ом, 4 Ом и 6 Ом. Если идеальный вольтметр подключают так, как показано на рис. 1, то его показания оказываются равными $U_1 = 35$ В.

Примечание: известно, что для измерения постоянного напряжения вольтметром, одним проводом соединяют клемму "+" на вольтметре и точку на схеме с бóльшим потенциалом, а вторым проводом соединяют клемму "-" на вольтметре и точку на схеме с меньшим потенциалом.

1) Укажите, в какой точке подсоединения вольтметра на рис. 1 будет бóльший потенциал?

2) Какими будут показания вольтметра, если его подключить так, как показано на рис. 2? В какой точке в этом случае будет потенциал бóльше?

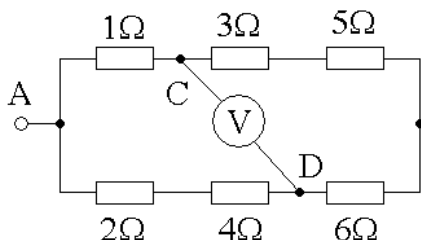


Рис.1

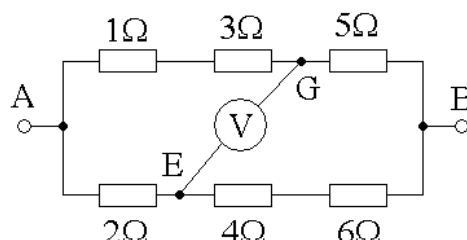


Рис.2

Решение

По верхней цепи течет ток $I_1 = \frac{U_{AB}}{1+3+5} = \frac{U_{AB}}{9}$, по нижней цепи $I_2 = \frac{U_{AB}}{2+4+6} = \frac{U_{AB}}{12}$

Отношение токов $\frac{I_1}{I_2} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$

1) Показания $U_1 = \varphi_C - \varphi_D = (\varphi_A - \varphi_D) - (\varphi_A - \varphi_C) = I_2 \cdot (2+4) - I_1 \cdot 1 = \frac{3}{4} I_1 \cdot 6 - I_1 = 3,5 I_1 > 0$, это значит, что $\varphi_C > \varphi_D$, то есть в точке С потенциал будет бóльшим.

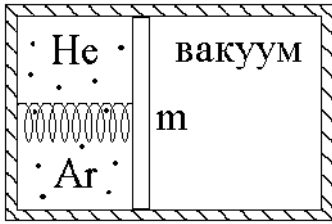
2) Показания $U_2 = \varphi_G - \varphi_E = (\varphi_A - \varphi_E) - (\varphi_A - \varphi_G) = I_2 \cdot 2 - I_1 \cdot (1+3) = \frac{3}{4} I_1 \cdot 2 - 4 I_1 = -2,5 I_1 < 0$.

Отсюда следует, что $\varphi_E > \varphi_G$.

Сравнивая величины показаний в двух случаях, приходим к выводу, что

$$\left| \frac{U_2}{U_1} \right| = \frac{2,5}{3,5} = \frac{5}{7} \Rightarrow |U_2| = \frac{5}{7} U_1 = \frac{5}{7} \cdot 35 = 25 \text{ В}$$

Ответ: 1) потенциал бóльше в точке С; 2) $U_2 = 25$ В, потенциал бóльше в точке Е.



3. Горизонтальный цилиндрический теплоизолированный сосуд с гладкими стенками разделен на две части подвижным поршнем некоторой массы m , который сделан из пористого материала. Поршень соединен горизонтальной идеальной пружиной с левой стенкой сосуда, перпендикулярно плоскости поршня. В левой части цилиндра вначале находилась смесь благородных газов – гелия и аргона – в количестве $\nu_1=0,2$ моль и $\nu_2=0,8$ моль соответственно при температуре $t=107$ °С, а в правой части был вакуум. Оказалось, что через мелкие поры поршня могут проходить только маленькие молекулы гелия, но не аргона. На сколько изменилась температура смеси (в °К) к моменту достижения нового положения равновесия поршня? Длиной ненапряженной пружины пренебречь. Универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/моль·К. Газы считать идеальными. Ответ округлить с точностью до целых.

В левой части цилиндра вначале находилась смесь благородных газов – гелия и аргона – в количестве $\nu_1=0,2$ моль и $\nu_2=0,8$ моль соответственно при температуре $t=107$ °С, а в правой части был вакуум. Оказалось, что через мелкие поры поршня могут проходить только маленькие молекулы гелия, но не аргона. На сколько изменилась температура смеси (в °К) к моменту достижения нового положения равновесия поршня? Длиной ненапряженной пружины пренебречь. Универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/моль·К. Газы считать идеальными. Ответ округлить с точностью до целых.

Решение

Напишем условие равновесия поршня: $kh_1 = P_1S$, где S – площадь его сечения, h_1 – длина левой части сосуда и одновременно удлинение пружины, так как начальной длиной пружины пренебрегаем.

Из этого уравнения и из уравнения состояния идеального газа $P_1Sh_1 = (\nu_1 + \nu_2)RT_1$ следует, что

$$kh_1^2 = (\nu_1 + \nu_2)RT_1 \quad (1)$$

Для гелия поршень не является препятствием, поэтому он распространится на весь объем сосуда равномерно, а аргон останется в левой части. Парциальное давление гелия будет одинаковым в разных частях сосуда, потому что его концентрация и температура будут одинаковы, а $P = nkT$. Поэтому гелий действует на поршень с двух сторон с одинаковыми силами и их действие компенсируется.

В новом положении равновесия $kh_2 = P_2'S$, где P_2' – парциальное давление неона, h_2 новая длина левой части сосуда. Из этого уравнения и из уравнения состояния идеального газа $P_2'Sh_2 = \nu_2RT_2$ следует, что

$$kh_2^2 = \nu_2RT_2. \quad (2)$$

Так как сосуд теплоизолирован, то можно применить закон сохранения энергии для системы "смесь газов - поршень" с учетом того, что благородные газы одноатомны

$$\frac{3}{2}(\nu_1 + \nu_2)RT_1 + \frac{kh_1^2}{2} = \frac{3}{2}(\nu_1 + \nu_2)RT_2 + \frac{kh_2^2}{2} \quad (3)$$

подставим уравнения (1) и (2) в (3)

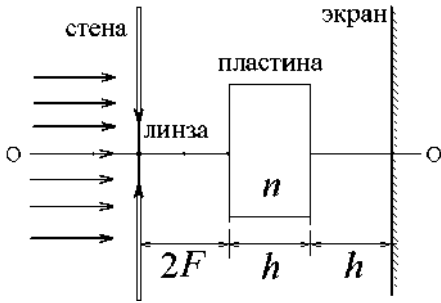
$$\frac{3}{2}(\nu_1 + \nu_2)RT_1 + \frac{(\nu_1 + \nu_2)RT_1}{2} = \frac{3}{2}(\nu_1 + \nu_2)RT_2 + \frac{\nu_2RT_2}{2},$$

откуда получим температуру T_2

$$T_2 = \frac{4(v_1 + v_2)T_1}{(3v_1 + 4v_2)} = \frac{4 \cdot 1 \cdot 380}{(3 \cdot 0,2 + 4 \cdot 0,8)} = 400 \text{ К}$$

Температура изменилась на $\Delta T = T_2 - T_1 = 400 - 380 = 20 \text{ К}$

Ответ: 20 К



4. В непрозрачной стене сделано маленькое круглое отверстие диаметром $d = 6 \text{ см}$, в которое вставлена рассеивающая линза такого же диаметра с оптической силой $D = -\frac{1}{3}$ дптр. За линзой на двойном фокусном расстоянии расположена стеклянная плоскопараллельная пластина с показателем преломления $n = 1,5$ и толщиной $h = 120 \text{ см}$, а за ней на расстоянии h расположен экран. И пластина и экран параллельны стене и плоскости линзы. Линзу освещают параллельным главной оптической оси широким пучком света. Найти радиус светлого пятна на экране. При малых углах принять $\text{tg } \alpha \approx \sin \alpha$.

Решение

Фокусное расстояние линзы равно $F = \frac{1}{D} = -3$

м.

Параллельный пучок света, пройдя через рассеивающую линзу параллельно главной оптической оси, далее рассеивается так, как будто лучи выходят из мнимого фокуса слева от линзы из точки А, т.е. $OA = |F| = 3 \text{ м}$.

Таким образом, $AB = OA + 2|F| = 9 \text{ м}$.

Из рисунка найдем $\text{tg } \alpha = \frac{OP}{OA} = \frac{d/2}{|F|} = \frac{0,03}{3} = 0,01$.

Из закона преломления найдем

$$\text{tg } \beta \approx \sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n} \approx \frac{\text{tg } \alpha}{n} = \frac{0,01}{1,5}$$

Радиус пятна на экране

$$R = BC + DE + KG = AB \cdot \text{tg } \alpha + h \cdot \text{tg } \beta + h \cdot \text{tg } \alpha = 10 \cdot 0,01 + 1,2 \cdot \frac{0,01}{1,5} + 1,2 \cdot 0,01 = 0,11 \text{ м}$$

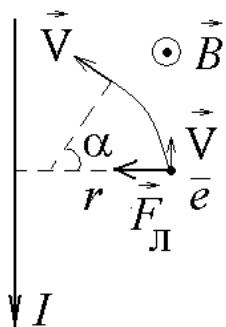
Ответ: 0,11 м

5. На расстоянии $r = 3 \text{ м}$ от бесконечного прямого провода параллельно нему движется электрон со скоростью $V = 2,15 \text{ м/с}$. На очень короткое время $\Delta t = 62,5 \text{ мкс}$ по проводу пропускают импульс постоянного тока $I = 26,8 \text{ А}$ в направ-

лении, противоположном движению электрона. На каком расстоянии от провода окажется электрон через 1 с после окончания импульса тока?

Замечание: бесконечный прямой провод с током создает на расстоянии r от себя индукцию магнитного поля $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная, Принять $\pi = 3,14$, масса электрона $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг, заряд электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл

Решение



Найдем индукцию магнитного поля провода на расстоянии r :

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 26,8}{2\pi \cdot 3} = 1,787 \cdot 10^{-6} \text{ Тл.}$$

По правилу правого винта найдем направление индукции: перпендикулярно плоскости рисунка к нам. По правилу левой руки определяем направление силы Лоренца на отрицательную частицу: влево по рисунку. Электрон будет двигаться по дуге окружности радиусом

$$R = \frac{mV}{qB} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 2,15}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,787 \cdot 10^{-6}} = 0,686 \cdot 10^{-5} \text{ (м)}$$

находиться на одном месте). Период

$$T = \frac{2\pi R}{V} = \frac{2\pi \cdot m}{qB} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,787 \cdot 10^{-6}} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ (с)} = 20 \text{ мкс}$$

За 62,5 мкс электрон сделает три оборота и еще одну восьмую оборота, при этом скорость электрона отклонится на 45° от вертикали. Перпендикулярная проводу составляющая скорости электрона будет равна

$$V_r = V \cdot \cos 45^\circ = \frac{V}{\sqrt{2}} = \frac{2,15}{1,41} = 1,5 \text{ м/с.}$$

За 1 с электрон станет ближе к проводу на $V_r \cdot t = 1,5 \cdot 1 = 1,5$ м.

Ответ: 1,5 м