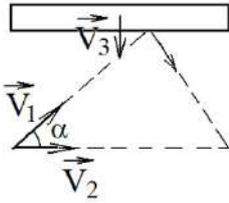


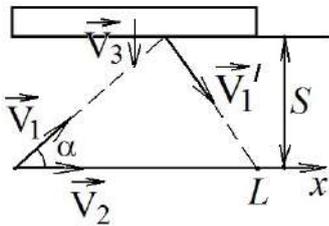
## 10 класс



1. По поверхности льда скользят без трения две одинаковые гайки, вылетевшие одновременно со скоростями  $V_1$  и  $V_2$  из одной точки. Угол между направлениями их движения  $\alpha = 53^\circ$ . Первая гайка, столкнувшись через время  $t_1 = 5$  с с массивным стальным бруском, меняет направление движения и спустя время  $t_2 = 1$  с сталкивается со второй. Определите скорость бруска  $V_3$ , если скорость второй гайки  $V_2 = 1,5$  м/с.

Справка:  $\sin 53^\circ = 0,8$ ;  $\cos 53^\circ = 0,6$ .

### Решение



По оси  $X$  гайки проходят одинаковые пути за одинаковое время. Проекция первой на эту ось не меняется в результате удара, то есть  $V_1 \cos \alpha = V_2$ .

Пусть в момент удара расстояние между осью  $X$  и бруском равно  $S$ . Выразим это расстояние до удара  $S = V_1 \sin \alpha t_1$ . Перед ударом скорость первой гайки в системе

отсчёта, связанной с движущимся бруском будет равна  $(V_1 \sin \alpha + V_3)$ . Так как брусок массивный, то в результате упругого удара вертикальная составляющая скорости остаётся неизменной, а при переходе в неподвижную систему отсчёта будет равна  $V_1' = V_1 \sin \alpha + 2V_3$ .

Тогда обратный путь  $S = (V_1 \sin \alpha + 2V_3) t_2$ . Тогда  $V_1 \sin \alpha t_1 = (V_1 \sin \alpha + 2V_3) t_2$ .

Выражаем отсюда скорость бруска  $V_3 = \frac{V_1 \sin \alpha (t_1 - t_2)}{2t_2} = \frac{V_2 \sin \alpha (t_1 - t_2)}{2t_2 \cos \alpha} = \frac{1,5 \cdot 0,8 (5 - 1)}{2 \cdot 1 \cdot 0,6} = 4$  м/с

**Ответ:** 4 м/с

2. В кабине вертолёта, поднимающегося вертикально вверх с ускорением  $a = 6$  м/с<sup>2</sup>, груз соскальзывает с гладкой наклонной поверхности за  $t_1 = 2$  с. За какое время будет спускаться этот груз с той же поверхности, если вертолёт зависнет в воздухе? Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

### Решение

Запишем второй закон Ньютона в проекции на ось  $X$  для первого случая:  $mg \sin \alpha = m(a_1 - a \sin \alpha)$ .

Выражаем  $a_1 = (g + a) \sin \alpha$ .

Если вертолёт зависнет, то ускорение будет  $a_2 = g \sin \alpha$ .

Так как поверхность одинаковая, то пути в этих случаях одинаковые  $L = \frac{a_1 t_1^2}{2} = \frac{a_2 t_2^2}{2}$ .

Тогда время во втором случае  $t_2 = t_1 \sqrt{\frac{a_1}{a_2}} = t_1 \sqrt{\frac{a+g}{g}} = 2 \sqrt{\frac{10+6}{10}} = 2,53$  с

**Ответ: 2,53 с**

3. Необходимо нагреть оловянную деталь от комнатной температуры до температуры плавления. Напряжение, подаваемое на электропечь можно менять. Если напряжение равно 100В, то этот процесс занимает 2640 секунд, при напряжении 110В - 1680 с. Сколько минут потребуется на нагрев, если подать напряжение 100В? Потери теплоты от печи в окружающее пространство пропорциональны времени.

**Решение**

Тепло, выделяемое нагревателем расходуется на нагревание олова до температуры плавления ( $Q_1$ ) и потери в окружающее пространство. Запишем для трёх напряжений

$$\frac{U_1^2 t_1}{R} = Q_1 + \alpha t_1; \quad (1) \quad \frac{U_2^2 t_2}{R} = Q_1 + \alpha t_2; \quad (2) \quad \frac{U_3^2 t_3}{R} = Q_1 + \alpha t_3; \quad (3)$$

Находим разности (1) - (2) и (1) - (3)

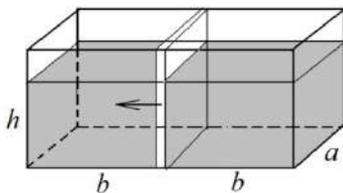
$$\frac{U_1^2 t_1 - U_2^2 t_2}{R} = \alpha(t_1 - t_2); \quad (4)$$

$$\frac{U_1^2 t_1 - U_3^2 t_3}{R} = \alpha(t_1 - t_3); \quad (5)$$

Поделив (4) на (5) получаем  $\frac{U_1^2 t_1 - U_2^2 t_2}{U_1^2 t_1 - U_3^2 t_3} = \frac{(t_1 - t_2)}{(t_1 - t_3)}$ .

Решая это уравнение, находим  $t_3 = 1200 \text{ с} = 20 \text{ мин}$

**Ответ: 20 мин (1200 с)**



4. В ёмкость с вертикальными стенками и прямоугольным основанием налита вода до высоты  $h=0,8 \text{ м}$ . Длина ёмкости  $2b=2 \text{ м}$ , ширина  $a=0,6 \text{ м}$ . В центр этой ёмкости помещают плотно прилегающую ко дну и боковым стенкам перегородку, а затем смещают её влево на расстояние равное  $a$ . Определить силу давления на перегородку, которое оказывает вода, находящаяся справа от неё. Плотность воды  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ , ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

**Решение**

При перемещении перегородки объём воды в части не изменяется, следовательно

$$h b a = h_1 a (b + a) \text{ и высота воды станет } h_1 = \frac{hb}{b+a} = \frac{0,8 \cdot 1}{1+0,6} = 0,5 \text{ м.}$$

Давление на боковую стенку станет  $P = \frac{1}{2} \rho g h_1$ . Сила давления  $F = PS = \frac{\rho g h_1 \cdot h_1 a}{2} =$

$$\frac{\rho g a h_1^2}{2} = \frac{10^3 \cdot 10 \cdot 0,6 \cdot 0,25}{2} = 0,75 \cdot 10^3 \text{ Н} = 750 \text{ Н.}$$

**Ответ: 750Н**

5. Две бусины массы  $m$  и  $2m$  скользят без трения навстречу друг другу по тонкому проволочному кольцу, расположенному в горизонтальной плоскости. Центробежное ускорение первой бусины  $a_1=9\text{м/с}^2$ , второй -  $a_2=36\text{м/с}^2$ . Найдите: а) их центробежное ускорение после неупругого столкновения; б) радиус кольца, если четверть кольца они прошли за время  $t = 1,05\text{ с}$  после столкновения.

### *Решение*

Из закона сохранения импульса:  $2mV_2 - mV_1 = 3mV$ . (1)

Центробежное ускорение  $a = \frac{v^2}{R}$ , тогда скорость  $V = \sqrt{aR}$ , где  $R$  - радиус кольца.

Подставляя в (1), получаем  $2\sqrt{a_2R} - \sqrt{a_1R} = 3\sqrt{aR}$ .

Отсюда получаем ускорение  $a = \left(\frac{2\sqrt{a_2} - \sqrt{a_1}}{3}\right)^2 = 9\text{м/с}^2$ .

Время  $t = \frac{2\pi R}{4V} = \frac{\pi R}{2\sqrt{aR}} = \frac{\pi\sqrt{R}}{2\sqrt{a}}$ , следовательно, радиус кольца  $R = \left(\frac{2t}{\pi}\right)^2 a = 4\text{м}$

**Ответ: 9 м/с<sup>2</sup>, 4 м**