9 класс

1. На тело, покоящееся в начале координат, начинает действовать постоянная сила F. Спустя $t_1 = 20c$ направление силы мгновенно меняется на противоположное. Через некоторое время после этого тело возвращается в начало координат. Найти отношение скорости тела в момент прохождения начала координат к скорости, которой обладало тело в момент $t_1 = 20\ c$.

Решение

Действующая на тело сила сообщает ему ускорение a. Пусть направление силы и направление оси X совпадают. Координата тела через 20 с будет $x_1 = \frac{at_1^2}{2}$, а скорость $V_1 = at_1$.

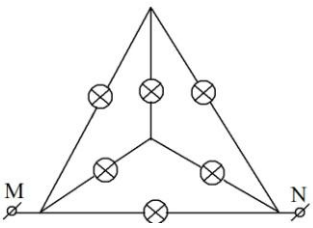
Когда направление силы сменится на противоположное, то направление ускорения тоже изменится на противоположное и тогда $V_2 = V_1 - at_2 = at_1 - at_2$.

Координата $0 = x_1 + V_1 t_2 - \frac{at2_2^2}{2}$.

После подстановки получаем квадратное уравнение $t_2^2 - 2t_1t_2 - t_1^2 = 0$.

Решение даёт $t_2 = 48{,}3c$. Отношение скоростей $\frac{V_2}{V_1} = \frac{a(t_2-t_1)}{at_1} = 1{,}415$.

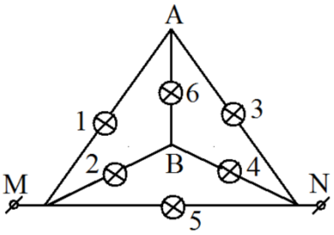
Ответ: 1,415 раз



2. Шесть одинаковых лампочек соединены, как указано на схеме. Определить сопротивление между точками M и N, если сопротивление каждой лампочки *r = 10 Ом.* Сопротивлением соединительных проводов можно пренебречь.

Решение

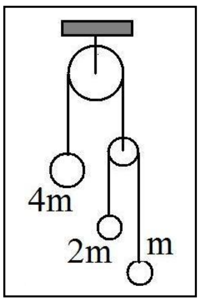
Потенциал точки А равен потенциалу точки В, то есть через лампочку 6 ток не течёт. Тогда сопротивление $R_{12} = \frac{r}{2} = R_{34}$.



Сопротивление $R_{1-4} = R_{12} + R_{34} = r$.

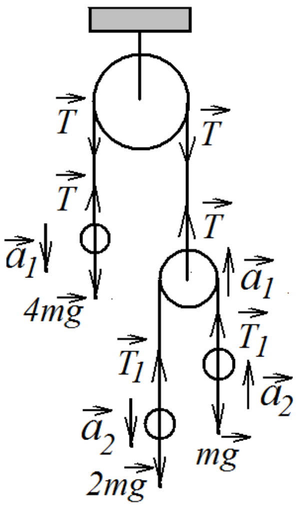
Общее сопротивление найдём из условия $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_{1-4}} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{r} + \frac{1}{r}$. Отсюда $R = \frac{r}{2} = 5$ Ом.

Ответ: 5 Ом



3 . Определите ускорение груза массы *4 m* на приведённой схеме. Все нити считать невесомыми и нерастяжимыми, блоки невесомыми. Ускорение свободного падения $g = 10 м/с^2$.

Решение



На рисунке указаны действующие силы и ускорения. Запишем II закон Ньютона для всех грузов

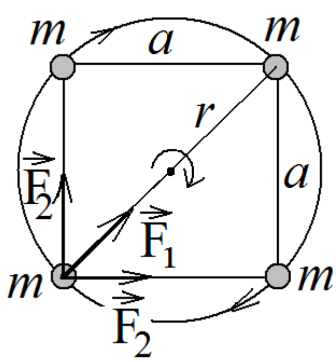
$$4mg - T = 4ma_1$$
$$2mg - T_1 = 2m(-a_1 + a_2)$$
$$mg - T_1 = -m(a_1 + a_2)$$

Решая эту систему уравнений с учётом, что $T_1 = \frac{T}{2}$, получаем $a = 2\text{м/с}^2$.

Ответ: 2 м/с^2

4. В четырёх вершинах квадрата со стороной $a = 5$ *км* находятся 4 астероида с одинаковой массой $m = 4 \cdot 10^{15}$ *кг*, которые вращаются вокруг общего центра масс. Система находится вдали от других звёздных тел. Определите линейную скорость вращения астероидов. Гравитационная постоянная $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \dfrac{Н \cdot м^2}{кг^2}$.

Решение



На каждый астероид действуют три силы со стороны других. Сумма этих сил направлена по диагонали квадрата и равна $F = 2F_2 cos\alpha + F_1$. (1)

Сила $F_1 = \frac{Gmm}{r^2} = \frac{Gm^2}{2a^2}$, силы $F_2 = \frac{Gm^2}{a^2}$.

Подставляя в (1), получим $2\frac{Gm^2}{a^2}cos\alpha + \frac{Gm^2}{2a^2} = \frac{mV^2}{r}$,

Подставляя $r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ и $\cos 45^0$, получим $2\frac{Gm^2}{a^2}\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{Gm^2}{2a^2} = \frac{mV^2 2}{a\sqrt{2}}$.

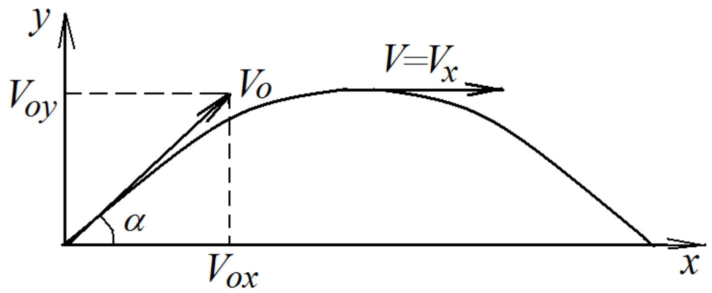
Скорость равна $V = \sqrt{\frac{Gm}{a}\left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)} = 8{,}5\text{м/с}$.

Ответ: 8,5 м/с

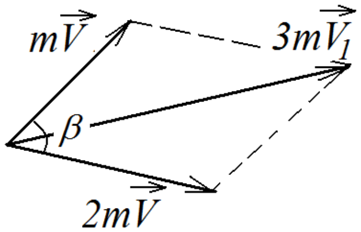
5. Два пластилиновых шара массами m и $2m$ брошены под углом $\alpha = 60^\circ$ с одинаковыми скоростями $V_0 = 12 м/с$. Угол между плоскостями, в которых лежит траектория полёта каждого тела $\beta = 53^\circ$. В верхней точке траектории шары сталкиваются и слипаются. С какой скоростью они упадут на землю? Ускорение свободного падения $g = 10 м/с^2$.

Ответ дать в *м/с* точностью до десятых

Решение



Скорость каждого тела в верхней точке траектории $V = V_0 cos\alpha = 6$м/с. Высота подъёма каждого тела $h = \frac{V_0^2 sin^2 \alpha}{2g} = 5{,}4$м.



Далее используем закон сохранения импульса. На рисунке показаны направления импульсов (вид сверху).

$$m\vec{V} + 2m\vec{V} = 3m\vec{V}$$

Используя теорему косинусов, найдём скорость после удара $V_1 = \frac{\sqrt{V^2+4V^2+4V^2 cos\beta}}{3}$ =5,44м/с.

Чтобы найти скорость в момент падения на землю, воспользуемся законом сохранения энергии: $\frac{3m_1^2}{2} + 3mgh = \frac{3m_2^2}{2}$.

Скорость $V_2 = \sqrt{2gh + V_1^2}$ = 11,7м/с.

Ответ: 11,7 м/с