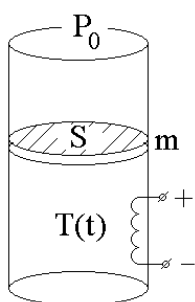


11 класс



1. В вертикальном теплоизолированном цилиндрическом сосуде с гладкими стенками горизонтальный поршень массы $m = 3$ кг и площадью $S = 30$ см² удерживается в равновесии криптоном в количестве 2 моль при температуре $T_0 = 300$ К. Газ начали медленно нагревать так, что его температура стала линейно изменяться во времени по закону $T = T_0 + b \cdot t$, где постоянная $b = 0,02$ К/сек. Найти мощность нагревателя. Атмосферное внешнее давление $P_0 = 10^5$ Па; $g = 10$ м/с²; газ считать идеальным

Решение

В каждый момент времени поршень будет находиться в равновесии, что означает изобарический процесс. При изобарическом нагревании газ совершает работу, равную

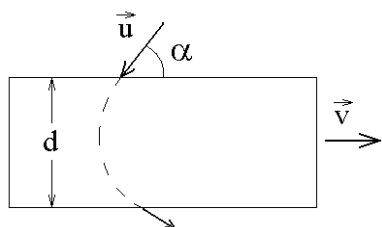
$A = p\Delta V = \nu R\Delta T$, а его внутренняя энергия изменяется по формуле $\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$, так как

криптон - одноатомный газ. Таким образом, тепло, полученное газом, равно

$$\Delta Q = \Delta U + A = \frac{3}{2}\nu R\Delta T + \nu R\Delta T = \frac{5}{2}\nu R\Delta T, \quad \text{а мощность нагревателя}$$

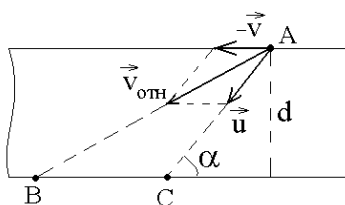
$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{5}{2}\nu R \frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{5}{2}\nu R \cdot b = \frac{5}{2} \cdot 2 \cdot 8,31 \cdot 0,02 = 0,831 \text{ Вт.}$$

Ответ: 0,831 Вт



2. Длинная горизонтальная лента шириной 12 см движется с постоянной продольной скоростью $v = 15$ см/с. Под углом $\alpha = 30^\circ$ к краю ленты в той же плоскости на нее въезжает маленькая шайба со скоростью $u = 50$ см/с и оставляет за собой след. Из за трения шайба меняет свою скорость и направление движения и в конце концов покидает полосу с некоторой скоростью. Сколько времени находилась шайба на ленте? Коэффициент трения скольжения шайбы о ленту $\mu = 0,02$; $g = 10$ м/с².

Решение



Перейдем в инерциальную систему отсчета, связанную с лентой.

В этой системе у шайбы будет относительная ско-

рость $v_{\text{отн}} = \sqrt{v^2 + u^2 + 2 \cdot v \cdot u \cdot \cos \alpha} = \sqrt{0,15^2 + 0,5^2 + 2 \cdot 0,15 \cdot 0,5 \cdot \cos 30^\circ} = 0,634$ м/с

Сила трения создает тормозящее ускорение $a = \mu g = 0,2$ м/с².

Путь, пройденный шайбой по ленте найдем из пропорции

$$\frac{AB}{v_{\text{отн}}} = \frac{AC}{u} = \frac{d}{u \cdot \sin \alpha} \Rightarrow AB = \frac{v_{\text{отн}} d}{u \cdot \sin \alpha} = \frac{0,634 \cdot 0,12}{0,5 \cdot 0,5} = 0,304 \text{ м}$$

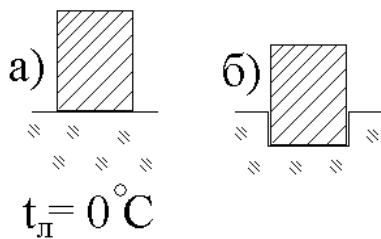
Составим уравнение кинематики равнозамедленного движения $AB = v_0 t - \frac{at^2}{2}$

или $0,1t^2 - 0,634 \cdot t + 0,304 = 0$. Решим уравнение: $D = 0,634^2 - 4 \cdot 0,1 \cdot 0,304 = 0,280$;

$$t_1 = \frac{0,634 - \sqrt{0,28}}{0,2} = 0,524 \text{ с}, \quad t_2 = \frac{0,634 + \sqrt{0,28}}{0,2} = 5,82 \text{ с}.$$

Второй ответ не подходит (это время возврата назад в точку В).

Ответ: 0,524 с



3. Цилиндр из легкого сплава массы $m = 600$ г нагрели до температуры $t_0 = 850$ °С и поставили на горизонтальную поверхность толстого слоя льда, температура которого $t_{\text{л}} = 0$ °С (см. рис. а). При плавлении льда в нем образуется цилиндрическая лунка с чуть большим радиусом, чем у цилиндра (рис. б), вода вытесняется на поверхность в виде тонкого слоя, а цилиндр погружается в лунку, при этом он окружен снизу и с боков

тонким слоем воды, объемом которого можно пренебречь. Какой объем воды выльется через края лунки к моменту достижения теплового равновесия? Считать, что теплообмен происходит только между цилиндром, слоем льда и водой. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Справочные данные: теплоемкости: сплава 2000 Дж/кг·К; воды 4200 Дж/кг·К;

теплота плавления льда $\lambda = 3,3 \cdot 10^5$ Дж/кг;

плотности: сплава 800 кг/м³; воды 1000 кг/м³; льда 900 кг/м³

Решение

Вода из лунки будет вытесняться до тех пор, пока цилиндр не начнет плавать или он успеет охладиться до 0°С, но его дно все еще будет касаться льда. При плавании сила Архимеда будет компенсировать силу тяжести:

$$F_A = mg \quad \Rightarrow \quad \rho_{\text{воды}} g V_{\text{погр}} = mg \quad \Rightarrow \quad V_{\text{погр}} = \frac{m}{\rho_{\text{воды}}} = \frac{0,6}{1000} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3. \text{ - объем погруженной части равен объе-}$$

му расплавленного льда и вытекшей воды. Тогда масса этого льда равна

$$m_{\text{л}} = \rho_{\text{льда}} V_{\text{погр}} = 900 \cdot 6 \cdot 10^{-4} = 0,54 \text{ кг}.$$

Найдем изменение температуры цилиндра:

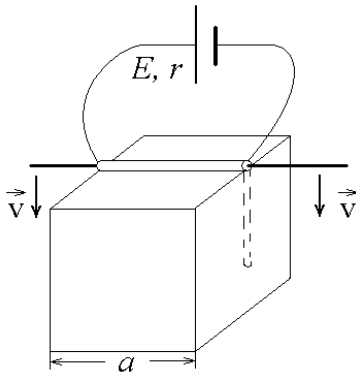
$$m C_{\text{сплава}} \Delta T = m_{\text{льда}} \lambda \quad \Rightarrow \quad \Delta T = \frac{m_{\text{льда}} \lambda}{m C_{\text{сплава}}} = \frac{0,54 \cdot 3,3 \cdot 10^5}{0,6 \cdot 2000} = 148,5 \text{ °С}.$$

Цилиндр охладится до $t_1 = 850 - 148,5 = 701,5$ °С. До 0°С еще очень далеко, лед продолжит таять, но из лунки не выльется, при этом вода будет находиться под цилиндром.

$$\text{Таким образом, к моменту начала плавания из лунки вытекло } V_{\text{погр}} = \frac{m_{\text{л}}}{\rho_{\text{воды}}} = \frac{0,54}{1000} = 5,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$$

= 0,54 литра

Ответ: 0,54 литра



4. На горизонтальный стол положили кубик из льда с ребром $a = 10$ см, который необходимо разрезать, используя тонкую нагревательную стальную нить, длиной равной длине ребра куба и площадью поперечного сечения $S = 1$ мм². Нить подключена к источнику тока с ЭДС 1,5 В и внутренним сопротивлением $r = 0,041$ Ом. При плавлении льда эта нить удерживается в горизонтальном положении и опускается со скоростью v вертикально вниз. Найти эту скорость, если температура ледяного куба равна 0°C. Считать, что все тепло, выделившееся в нити, идет только на плавление льда, а удельное сопротивление стали слабо зави-

сит от температуры.

Справочные данные:

удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,3 \cdot 10^5$ Дж/кг;

плотность льда $\rho_{\text{л}} = 900$ кг/м³.

удельное сопротивление стали $\rho_{\text{ст}} = 9 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.

Решение

Найдем сопротивление стальной нити: $R = \frac{\rho_{\text{ст}} l}{S_{\text{сеч}}} = \frac{9 \cdot 10^{-8} \cdot 0,1}{10^{-6}} = 0,009$ Ом.

Из закона Ома для замкнутой цепи найдем силу тока: $I = \frac{E}{R + r} = \frac{1,5}{0,009 + 0,041} = 30$ А.

Тепловая мощность в нити $P = I^2 R = 30^2 \cdot 0,009 = 8,1$ Вт.

За одну секунду выделится $Q = 8,1$ Дж тепла, которое пойдет на плавление льда массы

$m = \frac{Q}{\lambda} = \frac{8,1}{3,3 \cdot 10^5} = 2,45 \cdot 10^{-5}$ кг, объем такого количества льда

$V = \frac{m}{\rho_{\text{л}}} = \frac{2,45 \cdot 10^{-5}}{900} = 2,73 \cdot 10^{-8}$ м³. Нить оставляет за собой прорезь, толщина которой

равна диаметру нити $d = \sqrt{\frac{4S}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 10^{-6}}{3,14}} = 1,13 \cdot 10^{-3}$ м, а ширина равна длине ребра.

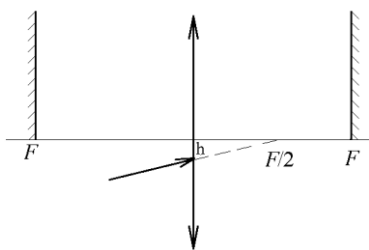
Таким образом, можно найти глубину проникновения нити за одну секунду

$h = \frac{V}{d \cdot a} = \frac{2,73 \cdot 10^{-8}}{1,13 \cdot 10^{-3} \cdot 0,1} = 2,42 \cdot 10^{-4}$ м или 0,242 мм. Итак, скорость продвижения нити

равна 0,242 мм/с

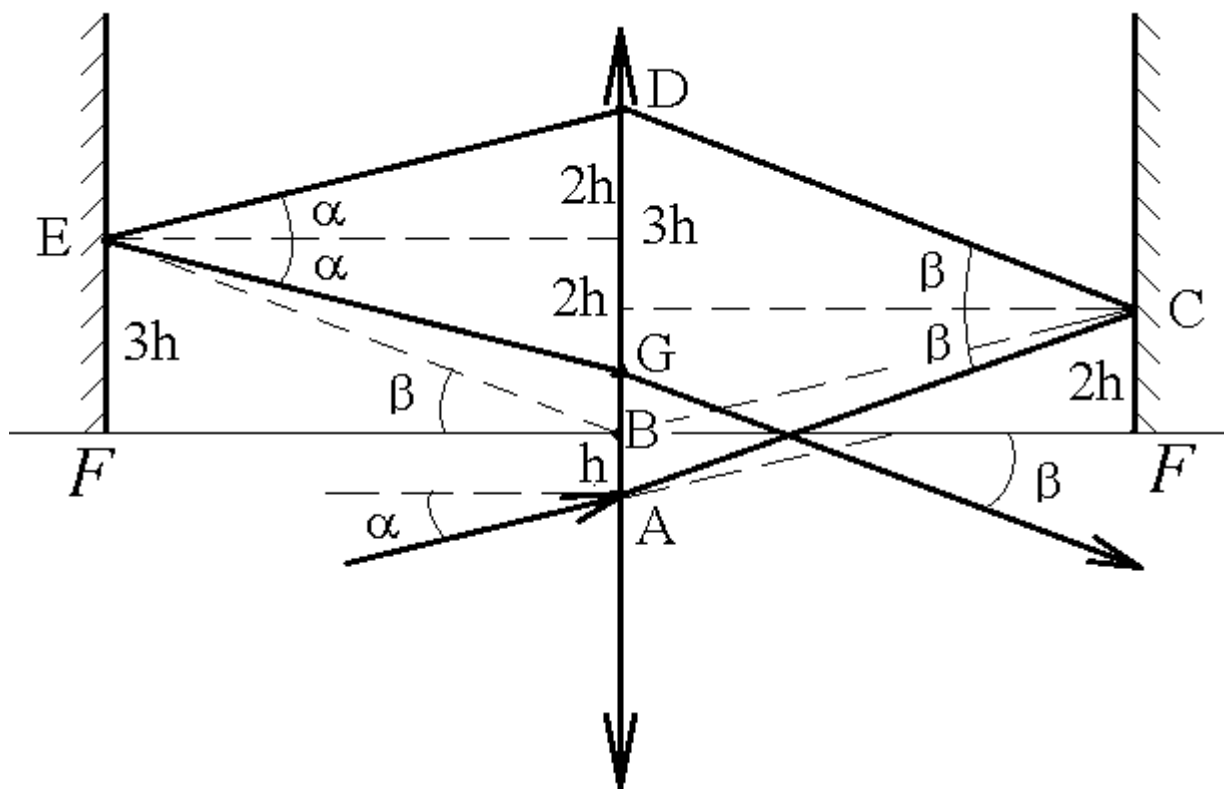
Ответ: 0,242 мм/с

5. В фокальных плоскостях собирающей линзы с фокусным расстоянием F расположены плоские зеркала, как показано на рисунке. На линзу падает луч света, продолжение которого пересекает главную оптическую ось в фокусе F , а саму линзу на расстоянии h от центра



линзы, причем $\frac{h}{F} = 2 \cdot 10^{-3}$. На какой угол (в градусах) отклонится луч, прошедший через такую оптическую систему?
 Для малых углов принять $\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$ рад .

Решение



Преломленный в линзе луч должен пройти через точку С, которая является пересечением правой фокальной плоскости и дополнительной оптической осью ВС, параллельной падающему лучу. Из подобия треугольников можно сделать вывод, что $CF = 2AB = 2h$.

Так как $AB + FC = 3h$, то $AD = 6h$.

Луч CD преломится в линзе и попадет в точку Е, которая является пересечением левой фокальной плоскости и дополнительной оптической осью ВЕ, параллельной лучу CD. Как видно из рисунка луч DE падает на левое зеркало под углом α и отразится под тем же углом, а значит попадет в точку G на расстоянии h от центра линзы В. После преломления луч выйдет из оптической системы под углом β относительно главной оптической оси, т.е. отклонится

от первоначального луча на угол $\alpha + \beta \approx \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta = \frac{h}{F/2} + \frac{3h}{F} = \frac{5h}{F} = 10^{-2}$ рад или $0,573^\circ$

Ответ: $0,573^\circ$