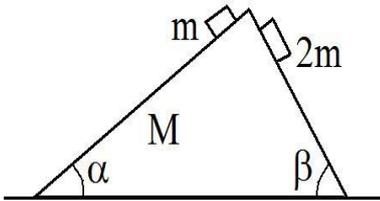
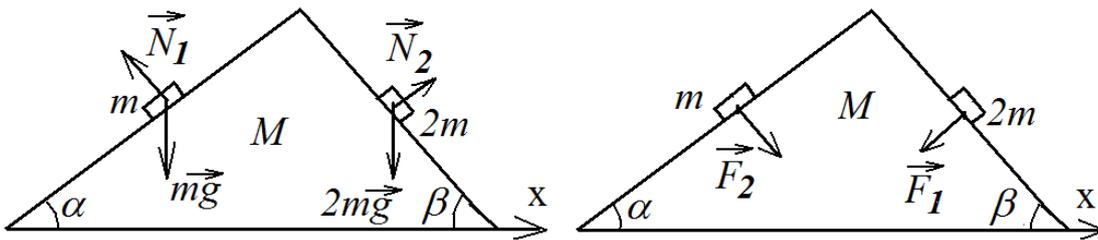


10 класс



1. Клин, у которого все поверхности гладкие, находится на гладком столе. Бруски массой m и $2m$ одновременно начинают скользить с вершины клина. Определите ускорение клина. Углы при основании клина $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 60^\circ$, масса клина $M = m\sqrt{3}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Решение



На рисунке отдельно показаны силы, действующие на бруски и на клин.

Силы, действующие на клин $|F_1| = N_1 = mg \cos \alpha$; $|F_2| = N_2 = 2mg \cos \beta$.

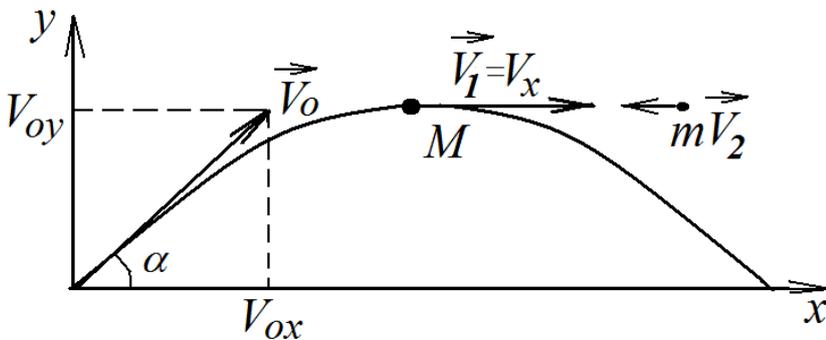
По II закону Ньютона для клина $F_2 \sin \beta - F_1 \sin \alpha = Ma$.

Подставляем силы и выражаем ускорение $a = \frac{mg}{M} (2 \sin \beta \cos \beta - \sin \alpha \cos \alpha) = \frac{g}{4} = 2,5 \text{ м/с}^2$.

Ответ: $2,5 \text{ м/с}^2$

2. С поверхности земли под углом $\alpha = 60^\circ$ со скоростью $V_0 = 40 \text{ м/с}$ брошено тело массой $M = 8m$. Когда это тело находится в верхней точке траектории, в него попадает пуля массой m , летящая горизонтально навстречу ему со скоростью $V_2 = 200 \text{ м/с}$. Тело раскалывается на две одинаковые части. Одна часть падает через $t = 2 \text{ с}$ точно под местом столкновения. С какой скоростью упадёт на землю вторая часть с застрявшей в ней пулей?

Решение



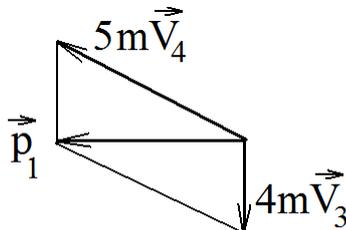
Скорость тела в верхней точке траектории $V = V_0 \cos \alpha = 20 \text{ м/с}$. Высота подъёма тела

$$h = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = 60 \text{ м.}$$

Импульс системы перед взаимодействием $mV_2 - 8mV_1 = p_1$.

Направления импульсов после взаимодействия см. на рисунке.

Скорость первой части найдём, зная время падения $h = V_3 t + \frac{gt^2}{2}$, отсюда $V_3 = 20 \text{ м/с}$.



Из рисунка $p_1^2 + (4mV_3)^2 = (5mV_4)^2$. Подставляя импульс перед ударом, получаем $V_4^2 = 320 \text{ м}^2/\text{с}^2$.

Запишем для второго осколка закон сохранения энергии $\frac{5mV_4^2}{2} + 5mgh = \frac{5mV_5^2}{2}$.

Тогда $V_5 = \sqrt{2gh + V_4^2} = 39 \text{ м/с}^2$.

Ответ: 39 м/с²

3. Горизонтальный теплоизолированный сосуд разделён подвижным теплопроводящим поршнем на две части. В левой части объёмом V находится гелий при температуре $t_1 = -73^\circ \text{C}$, а в правой, объёмом $2V$ аргон при температуре $t_2 = 327^\circ \text{C}$.

1) Определить во сколько раз изменится объём гелия при установлении теплового равновесия?

2) Чему равна конечная температура?

Длина сосуда $L = 0,6 \text{ м}$, поршень движется без трения.

Решение

V	$2V$
$T_1 = 200 \text{ K}$	$T_2 = 600 \text{ K}$

Запишем уравнение состояния для первой и второй части, учитывая, что давление одинаковое $\nu_1 RT_1 = pV$; $\nu_2 RT_2 = p2V$. Отсюда получаем $\nu_1 = 1,5\nu_2$.

Температуру после установления теплового равновесия найдём, приравняв внутреннюю энергию системы в начальном и конечном состояниях:

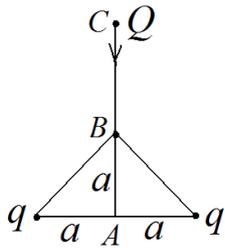
$$\frac{3}{2}\nu_1 RT_1 + \frac{3}{2}\nu_2 RT_2 = \frac{3}{2}(\nu_1 + \nu_2)RT, \text{ отсюда } T = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2} = 360 \text{ K}.$$

В конечном состоянии $\nu_1 RT = p(V + \Delta V)$; $\nu_2 RT = p(2V - \Delta V)$.

После деления получаем $\frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{V + \Delta V}{2V - \Delta V}$. Получаем изменение объёма $\Delta V = \frac{4V}{5}$.

Объём гелия $V_f = V + \frac{4}{5}V = \frac{9}{5}V$. Следовательно, объём увеличился в 1,8 раза.

Ответ: 1,8 раза; 360 К



4. Два одинаковых заряда $q = \sqrt{20} \text{ мкКл}$ закреплены на расстоянии $2a$ друг от друга. Заряд $Q = -2 \text{ нКл}$ массы 1 мг начинает движение с нулевой начальной скоростью из точки С. Чему будет равна его скорость в точке В? Расстояние $CA = 3a$. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$, $a = 0,5 \text{ м}$.

Решение

Потенциал в точке С: $\varphi_1 = 2 \frac{kq}{r_1}$, где $r_1 = \sqrt{a^2 + 9a^2} = a\sqrt{10}$.

Потенциал в точке В: $\varphi_2 = 2 \frac{kq}{r_2}$, где $r_2 = a\sqrt{2}$.

Работа электрического поля по перемещению заряда переходит в кинетическую энергию $\frac{mv^2}{2} = Q(\varphi_1 - \varphi_2)$.

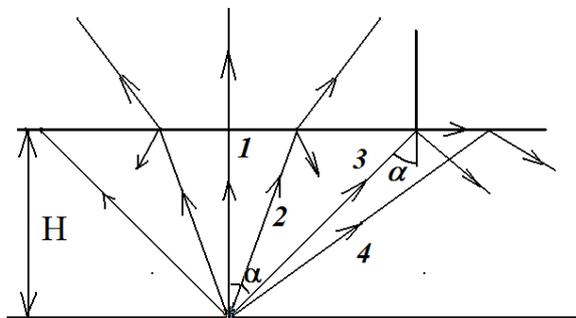
Подставляя потенциалы, получаем скорость $V = \sqrt{\frac{4kQq(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{10}})}{am}} = 15,9 \text{ м/с}$.

Ответ: 15,9 м/с

5. На дне сосуда с жидкостью находится источник, дающий узкий луч света. Направление луча можно менять. Показатель преломления жидкости $n = 1,25$, глубина слоя жидкости $H = 1,8 \text{ м}$. Определите, на сколько нс различаются минимальное и максимальное время, за которое луч света проходит слой жидкости. Скорость света в вакууме $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

Решение

От точечного источника на дне лучи распространяются под разными углами. Меньшее время до выхода из воды затратит луч 1. Скорость света в воде $v = \frac{c}{n}$.



Минимальное время $t_1 = \frac{H}{v} = \frac{Hn}{c} = \frac{1,8 \cdot 1,25}{3 \cdot 10^8} = 0,75 \cdot 10^{-8} \text{ с} = 7,5 \text{ нс}$

Для всех лучей кроме 4, наблюдаются как преломленные, так и отражённые лучи. Для третьего луча угол α является предельным, преломленный луч для него идёт по границе раздела, для лучей у которых угол падения больше предельного (например 4) будет наблюдаться явление полного внутреннего отражения, то есть они не выйдут из воды. Следовательно, наибольшее время будет наблюдаться для луча 3.

По закону преломления для 3 луча $\frac{\sin \alpha}{\sin 90^\circ} = \frac{1}{n}$, $\sin \alpha = \frac{1}{1,25} = 0,8$

Путь 3 луча $S = \frac{H}{\cos \alpha} = \frac{H}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} = \frac{1,8}{0,6} = 3 \text{ м}$.

Максимальное время $t_2 = \frac{Sn}{c} = \frac{3 \cdot 1,25}{3 \cdot 10^8} = 1,25 \cdot 10^{-8} \text{ с} = 12,5 \text{ нс}$

Разница времен $12,5 \text{ нс} - 7,5 \text{ нс} = 5 \text{ нс}$.

Ответ: 5 нс