## 11 класс

1. Два маленьких шарика брошены горизонтально в противоположных направлениях со скоростями $V_{01}$ = 2 м/с и $V_{02}$ = 9 м/с. Через некоторое время $t$ их скорости стали перпендикулярными друг другу.

1) найти это время $t$ ;

2) найти угол между перемещениями этих шариков в этот момент времени.

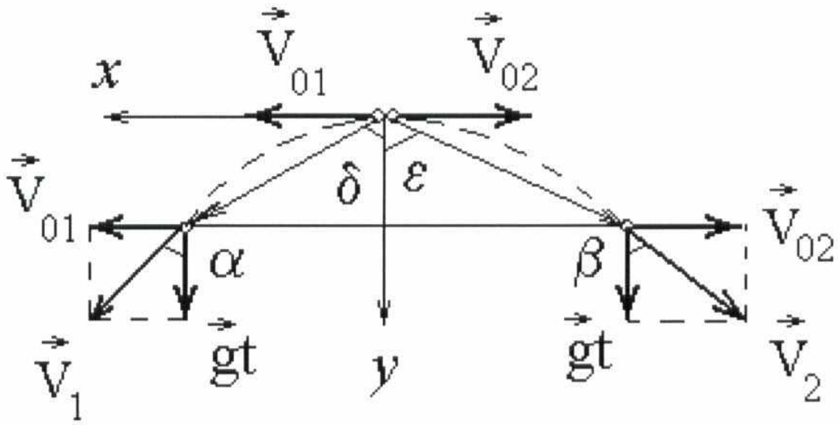
Ускорение свободного падения принять за g = 10 м/с$^2$.

*Примечание*: используйте тригонометрическую формулу $\boxed{\mathrm{tg}(\alpha+\beta)=\dfrac{\mathrm{tg}\,\alpha+\mathrm{tg}\,\beta}{1-\mathrm{tg}\,\alpha\cdot\mathrm{tg}\,\beta}}$.

Некоторые значения тангенсов:

$\mathrm{tg}\,30°=0,577;\quad \mathrm{tg}\,35°=0,700;\quad \mathrm{tg}\,40°=0,839;\quad \mathrm{tg}\,45°=1;\quad \mathrm{tg}\,50°=1,19;\quad \mathrm{tg}\,55°=1,43;\quad \mathrm{tg}\,60°=1,73;$

Решение:




Способ - координатный

$$V_{1x}=V_{01};\quad V_{1y}=gt$$

$$V_{2x}=-V_{02};\quad V_{2y}=gt$$

Из условия известно, что $\alpha+\beta=90°$, значит $\mathrm{tg}\,\alpha=\mathrm{ctg}\,\beta$

Из рисунка $\mathrm{tg}\,\alpha=\dfrac{V_{01}}{gt}=\mathrm{ctg}\,\beta=\dfrac{gt}{V_{02}}\quad\Rightarrow\quad g^2t^2=V_{01}V_{02}\quad\Rightarrow t=\dfrac{\sqrt{V_{01}V_{02}}}{g}=\dfrac{\sqrt{2\cdot 9}}{10}=0,424$ с

$$x_1=V_{01}t;\quad y_1=\frac{gt^2}{2}\qquad\qquad \mathrm{tg}\,\delta=\frac{x_1}{y_1}=\frac{2V_{01}}{gt}=2\sqrt{\frac{V_{01}}{V_{02}}}$$

$$x_2=-V_{02}t;\; y_2=\frac{gt^2}{2}\qquad\qquad \mathrm{tg}\,\varepsilon=\frac{|x_2|}{y_2}=\frac{2V_{02}}{gt}=2\sqrt{\frac{V_{02}}{V_{01}}}$$

$$\mathrm{tg}(\delta+\varepsilon)=\frac{\mathrm{tg}\,\delta+\mathrm{tg}\,\varepsilon}{1-\mathrm{tg}\,\delta\cdot\mathrm{tg}\,\varepsilon}=\frac{2\left(\sqrt{\dfrac{V_{01}}{V_{02}}}+\sqrt{\dfrac{V_{02}}{V_{01}}}\right)}{1-4}=-\frac{2}{3}\frac{(V_{01}+V_{02})}{\sqrt{V_{01}V_{02}}}=-\frac{2}{3}\frac{(2+9)}{\sqrt{2\cdot 9}}=-1,73$$

Отсюда $(\delta+\varepsilon)=180°-60°=120°$

**Ответ: время 0,424 с, угол 120°**

| | Критерии оценки | Балл |
|---|---|---|
| 1 | Верно указаны действующие силы | 3 |
| 2 | Получено уравнение для определения времени. | 5 |
| 3 | Сделаны верные вычисления. Получен ответ. | 2 |
| 4 | Получено выражение для определения угла между векторами перемещениями шариков. | 5 |
| 5 | Определено значение угла | 5 |

2. В замкнутой электрической цепи к источнику с некоторой ЭДС E и некоторым внутренним сопротивлением r подключены последовательно два резистора с сопротивлениями $R_1 = 100$ кОм и $R_2 = 200$ кОм и конденсатор емкостью C = 2 мкФ. Когда вольтметр подключают так, как на рисунке 1, то он показывает напряжение $U_1 = 5$ В. Когда его подключают так, как на рисунке 2, то он показывает $U_2 = 6$ В. Что покажет вольтметр, если его подключить так, как на рисунке 3?

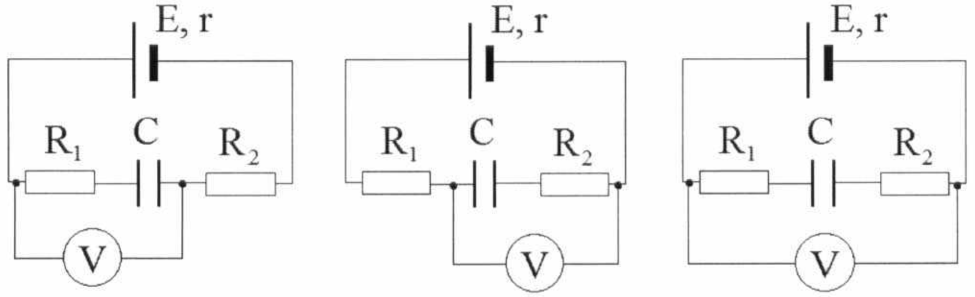



Рис.1 Рис.2 Рис.3

Решение

Если бы вольтметр был идеальный, то его сопротивление было бы бесконечным и ток в цепи с источником и конденсатором не возникал бы, а показания вольтметра совпадали бы с напряжением на конденсаторе, которое было бы равно ЭДС во всех трех случаях. Но так как в двух случаях напряжение разное, это означает, что вольтметр обладает некоторым конечным сопротивлением $R_V$.

На рис.1 ток будет протекать через вольтметр, резистор $R_2$ и источник. Сила тока

$$I_1 = \frac{E}{R_V + r + R_2}$$

Напряжение $U_1 = I_1 R_V = \frac{ER_V}{R_V + r + R_2}$

На рис.2 ток будет протекать через вольтметр, резистор $R_1$ и источник. Сила тока

$$I_2 = \frac{E}{R_V + r + R_1}$$

Напряжение $U_2 = I_2 R_V = \frac{ER_V}{R_V + r + R_1}$.

На рис.3 ток будет протекать через вольтметр и источник. Сила тока $I_3 = \frac{E}{R_V + r}$

Напряжение $U_3 = I_3 R_V = \frac{ER_V}{R_V + r}$.

Обозначим $R_V + r = x$. Тогда $\frac{U_2}{U_1} = \frac{x + R_2}{x + R_1} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{U_1 R_2 - U_2 R_1}{U_2 - U_1} = \frac{5 \cdot 200 - 6 \cdot 100}{6 - 5} = 400$ кОм.

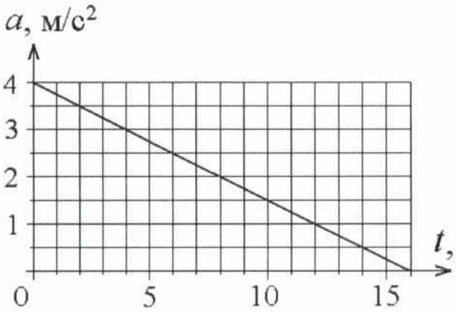
Далее $\frac{U_3}{U_1} = \frac{x + R_2}{x} = \frac{400 + 200}{400} = 1,5 \quad \Rightarrow U_3 = 1,5 U_1 = 7,5$ В

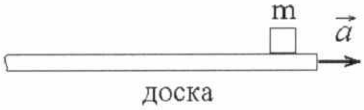
| | Критерии оценки | Балл |
|---|---|---|
| 1 | Верно понят процесс и сделано заключение о наличии конечного сопротивлении вольтметра $R_V$ | 5 |
| 2 | Верно прочитаны схемы. Приведены формулы для вычисления напряжений. | 5 |
| 3 | Получена формула для определения сопротивления | 5 |
| 4 | Верно получен ответ | 5 |

3. На горизонтальном полу лежит доска и на ней покоится шайба массы m = 200 г. В некоторый момент $t_0 = 0$ доске придали горизонтальное ускорение, модуль которого изменялся по линейному закону, как показано на рисунке. Коэффициент трения между шайбой и доской $\mu = 0,3$.

1) Найти скорость шайбы относительно пола в тот момент, когда она перестанет проскальзывать по доске.

2) Найти скорость шайбы относительно пола через 16 секунд после начала движения.




Решение:

Максимальное ускорение шайбе может дать только максимальная сила трения, равная силе трения скольжения

$F_{тр.ск.} = \mu N = \mu m g$

$\mu m g = m a \quad \Rightarrow \quad a = \mu g = 3$ м/с$^2$.

Так как доска имеет большее ускорение в начальный момент времени, то вплоть до момента $t = 4$ с шайба будет двигаться с постоянным ускорением 3 м/с$^2$, при этом скользя по доске, а затем перестанет проскальзывать. Дальнейшее движение будет с переменным ускорением, совпадающим с ускорением доски.

Разобъем задачу на два интервала. От 0 до 4 секунд и от 4 с до 16 с.

На первом интервале скорость шайбы находится из уравнения равноускоренного движения

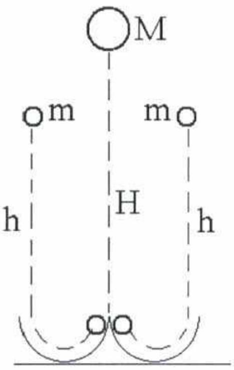
$V_1 = V_{01} + at = 0 + 3 \cdot 4 = 12$ м/с

На втором интервале скорость увеличивается на $\Delta V$, и это изменение скорости можно найти как площадь треугольника под графиком ускорения от времени в интервале от 4 с до 16 с:

$\Delta V = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 12 = 18$ м/с. Таким образом, конечная скорость шайбы будет равна 12+18=30 м/с

Ответ: 1) 12 м/с; 2) 30 м/с

| | Критерии оценки | Балл |
|---|---|---|
| 1 | Сделан вывод о максимальном ускорении и его связи с максимальной силой трения и силой трения скольжения | 7 |
| 2 | Решение разбито на два интервала для нахождения скорости | 7 |
| 3 | Применен графический метод для определения изменения скорости шайбы | 3 |
| 4 | Верно получен ответ | 3 |




4. Маленький шарик ртути радиуса R = 1 мм уронили без начальной скорости с высоты H = 50 мм над лотком для восьми яиц. Шарик ударился о сердцевину лотка и распался на 8 одинаковых шариков, которые прокатились по внутренним поверхностям, как показано на рисунке, и снова поднялись вертикально вверх, но уже до некоторой высоты h. Если при ударе и скольжении шариков тепловыми потерями пренебречь, то на какую высоту h поднялись шарики? Ответ дать в миллиметрах с точностью до десятых.

Плотность ртути 13600 кг/м$^3$.

Коэффициент поверхностного натяжения ртути $\sigma$ = 472 мН/м.

Ускорение свободного падения принять равным g = 10 м/с$^2$.

*Примечание*: поверхностный слой жидкости обладает дополнительной энергией $U_{пов} = \sigma S$, где S – площадь поверхностного слоя.

Решение:

Напишем закон сохранения энергии, учитывая потенциальную энергию и энергию поверхностного слоя шариков:

$$mgH + \sigma S_1 = mgh + \sigma S_2$$

Масса шарика вычисляется через плотность и объем шара: $m = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3$

Площадь поверхности шара $S_1 = 4\pi R^2$

После разделения на 8 шариков общая масса не изменится, но общая площадь поверхностей всех шариков увеличится в 2 раза, что следует из сохранения объема:

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = 8\cdot\frac{4}{3}\pi r^3 \;\Rightarrow\; r=\frac{R}{2} \;\Rightarrow\; S_2 = 8\cdot 4\pi\left(\frac{R}{2}\right)^2 = 2\cdot 4\pi R^2 = 2S_1$$

Подставим преобразованные величины в закон сохранения энергии:

$$\rho\frac{4}{3}\pi R^3 gH + \sigma\cdot 4\pi R^2 = \sigma\cdot 2\cdot 4\pi R^2 + \rho\cdot\frac{4}{3}\pi R^3 gh$$

Сократим все слагаемые на $4\pi R^2$ и получим упрощенное уравнение:

$$\frac{\rho RgH}{3} + \sigma = \sigma\cdot 2 + \frac{\rho Rgh}{3}$$

Отсюда выразим $h = H - \frac{3\sigma}{\rho Rg} = 0{,}05 - \frac{0{,}472}{13600\cdot 10^{-3}\cdot 10} = 0{,}05 - 0{,}0035 = 0{,}0465$ м или 46,5 мм

Ответ: 0,0396 м, (0,04 м)

| | Критерии оценки | Балл |
|---|---|---|
| 1 | Записан закон сохранения энергии с учетом потенциальной энергии и энергии поверхностного слоя шариков. | 5 |
| 2 | Записан закон сохранения объема и сделан вывод об изменении площади общей поверхности шариков. Получена формула для определения площади поверхности. | 5 |
| 3 | Верно сделаны преобразования в законе сохранения энергии. | 6 |
| 4 | Получено выражения для нахождения высоты, получен верный ответ | 4 |

5. Фотоэлектроны, вырываемые с поверхности металла, полностью задерживаются при приложении обратного напряжения $U_0 = 3$ *В*. Фотоэффект для этого металла начинается при частоте падающего монохроматического света $\nu_0 = 6\cdot 10^{14}$ с $^{-1}$. Определить: 1) работу выхода электронов из этого металла; 2) частоту применяемого облучения.

Решение.

1) При фотоэффекте энергия кванта света расходуется на работу выхода электрона их металла и на сообщение кинетической энергии электрону

$h\nu = A + T$

Для красной границы фотоэффекта $A = h\nu_0$

$A = 6{,}63\cdot 10^{-34}\cdot 6\cdot 10^{14} = 39{,}78\cdot 10^{-20}$ *Дж* $= 2{,}49$ *эВ*

2) Частоту найдем

$$\nu = \frac{h\nu_0 + T}{h}$$

Эл.поле совершает работу по торможению электрона $A_{эл} = eU_0 = T$

Окончательно получим $\nu = \frac{h\nu_0 + eU_0}{h} = \nu_0 + \frac{eU_0}{h} = 1{,}32 \cdot 10^{15}\, c^{-1}$

| | Критерии оценки | Балл |
|---|---|---|
| 1 | Записана формула внешнего фотоэффекта. | 5 |
| 2 | Вычислено значение работы для красной границы фотоэффекта. | 5 |
| 3 | Записана формула для определения работы выхода. | 5 |
| 4 | Записана формула и получено численное значение частоты облучения. | 5 |

**Председатель методической комиссии** **Д.М. Левин**