

9 класс

1. Жонглер бросает мячи с одного и того же уровня вертикально вверх с одинаковыми начальными скоростями через одинаковые промежутки времени τ . Каждый мяч находится в полете в течение времени $T = 4\tau$. В момент бросания четвертого мяча расстояние между вторым и третьим мячами равно $S = 0,5$ м. Найдите длительность полета мяча T . Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Решение

В момент бросания четвертого мяча второй мяч находился в полете время 2τ , а третий - τ . Запишем координаты второго и третьего мячей и найдем расстояние

$$\left. \begin{array}{l} y_2 = v_0 2\tau - \frac{g4\tau^2}{2} \\ y_3 = v_0 \tau - \frac{g\tau^2}{2} \end{array} \right\} S = y_2 - y_3 = v_0 \tau - \frac{g3\tau^2}{2}. \quad (1)$$

между ними

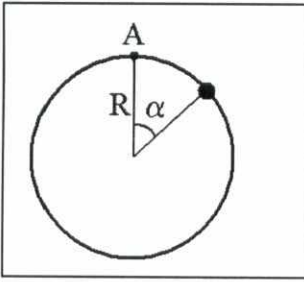
Так как каждый мяч был в полете время 4τ , то $0 = v_0 4\tau - \frac{g16\tau^2}{2}$; $\Rightarrow v_0 = 2g\tau$.

Подставляем начальную скорость в формулу (1) $S = 2g\tau^2 - \frac{g3\tau^2}{2} = \frac{g\tau^2}{2} \Rightarrow \tau = \sqrt{\frac{2S}{g}}$

Тогда длительность полета мяча будет $T = 4\sqrt{\frac{2S}{g}} = 1,3 \text{ с}$

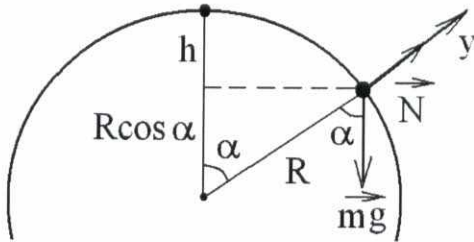
Ответ: $T = 1,3 \text{ с}$

	Критерии оценки	Балл
1	Определены координаты мячей и получено расстояние между ними	5
2	Определена начальная скорость $0 = v_0 4\tau - \frac{g16\tau^2}{2}$; $\Rightarrow v_0 = 2g\tau$	5
3	Определен интервал τ	5
4	Определена длительность полета мяча	5



2. Бусинка массы m проедта сквозь проволочное кольцо, поставленное вертикально. Бусинка начинает соскальзывать из точки А. Найти зависимость величины силы давления бусинки на кольцо от угла α . Найти условие невесомости для бусинки.

Решение



Нарисован рисунок и расставлены действующие силы.

На бусинку действуют сила тяжести и сила реакции опоры N . Сила давления бусинки на кольцо равна силе реакции опоры.

По II закону Ньютона $\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}$. (1)

Центростремительное ускорение $a = \frac{v^2}{R}$.

Тогда в проекции на ось y : $N - mg \cos \alpha = -m \frac{v^2}{R}$.

Отсюда $N = mg \cos \alpha - m \frac{v^2}{R}$.

По закону сохранения энергии $mgh = \frac{mv^2}{2}$. Из рисунка $h = R(1 - \cos \alpha)$.

$$v^2 = 2gh = 2gR(1 - \cos \alpha)$$

Тогда сила реакции $N = mg \cos \alpha - 2mg(1 - \cos \alpha) = mg(3 \cos \alpha - 2)$

При невесомости $N=0$, следовательно, условие невесомости $\cos \alpha = \frac{2}{3}$.

Ответ: $F = mg(3 \cos \alpha - 2)$; $\cos \alpha = \frac{2}{3}$

	Критерии оценки	Балл
1	Нарисован рисунок и расставлены действующие силы	2
2	Записан закон движения бусинки $N - mg \cos \alpha = -m \frac{v^2}{R}$	6
3	Записан закон сохранения энергии для движения бусинки	6
4	Определена сила реакции опоры $F = mg(3 \cos \alpha - 2)$	3
5	Определено условие невесомости $N=0$ $\cos \alpha = \frac{2}{3}$	3

3. К концам свинцовой проволоки длиной $L = 1$ м приложена разность потенциалов U . Через время $\tau = 0,93$ с от начала пропускания тока свинец начал плавиться.

Найти разность потенциалов U . Начальная температура проволоки $t = 27^\circ\text{C}$, температура плавления свинца $T = 327^\circ\text{C}$, плотность свинца $\rho = 11300 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, удельное сопротивление $\rho_1 = 2,1 \cdot 10^{-7} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, удельная теплоемкость $c = 130 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$.

Решение

Количество теплоты, выделяемое в проволоке при пропускании тока, идет на нагревание проводника до температуры плавления $\frac{U^2}{R} \tau = cm(T-t)$. (1)

Масса проволоки $m = \rho V = \rho LS$.

Сопротивление проволоки $R = \rho \frac{L}{S}$.

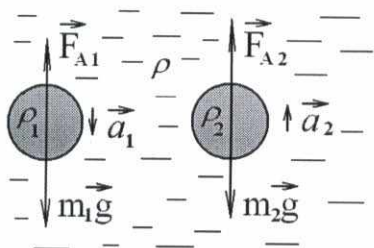
Подставляя в (1), получим $\frac{U^2 S}{\rho_1 \cdot L} \tau = c \rho LS(T-t) \Rightarrow U = \sqrt{\frac{c \rho_1 \rho L^2 (T-t)}{\tau}}$

$$U = \sqrt{\frac{130 \cdot 2,1 \cdot 10^{-7} \cdot 11,3 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 300}{0,93}} = 9,98 \approx 10 \text{ В}$$

Ответ: $U = 10 \text{ В}$

	Критерии оценки	Балл
1	Записано уравнение теплового баланса $\frac{U^2}{R} \tau = cm(T-t)$	5
2	Масса проволоки $m = \rho V = \rho LS$.	3
3	Сопротивление проволоки $R = \rho \frac{L}{S}$.	3
4	Найдена разность потенциалов $\frac{U^2 S}{\rho_1 \cdot L} \tau = c \rho LS(T-t) \Rightarrow U = \sqrt{\frac{c \rho_1 \rho L^2 (T-t)}{\tau}}$	5
5	Вычислено значение разности потенциалов	4

4. В сосуде с идеальной жидкостью падает с нулевой начальной скоростью шарик, плотность которого в 4 раза больше плотности жидкости. Другой шарик всплывает со дна этого сосуда за время, в два раза большее времени падения первого шарика. Во сколько раз плотность первого шарика больше, чем второго?



Решение

Нарисован рисунок и расставлены действующие силы. Запишем II закон Ньютона в проекции на ось у для

$$\left. \begin{array}{l} \text{двух случаев} \\ m_1 g - F_{A1} = m_1 a_1 \\ m_2 g - F_{A2} = -m_2 a_2 \end{array} \right\} \quad (1)$$

Масса $m_i = \rho_i \cdot V_i$; Сила Архимеда $F_{A1} = \rho g V_1$. Аналогично для второго шарика. Подставляя эти выражения в (1), получим

$$\left. \begin{array}{l} \rho_1 g V_1 - \rho g V_1 = \rho_1 V_1 a_1 \\ \rho_2 g V_2 - \rho g V_2 = -\rho_2 V_2 a_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \rho_1 g - \rho g = \rho_1 a_1 \\ \rho_2 g - \rho g = -\rho_2 a_2 \end{array} \right\} \quad (2)$$

Так как оба шарика проходят одинаковое расстояние, то $S = \frac{a_1 t_1^2}{2} = \frac{a_2 t_2^2}{2} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{t_2^2}{t_1^2} = 4$

Тогда из уравнений (2) с учетом того, что $\rho_1 = 4\rho$, после деления получим

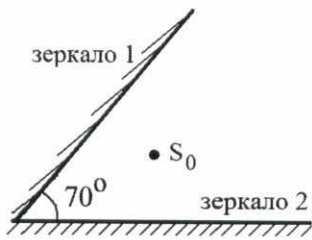
$$\frac{\rho_1 - \rho}{\rho_2 - \rho} = -\frac{\rho_1 a_1}{\rho_2 a_2}; \quad \frac{\rho_1 - \rho}{\rho - \rho_2} = \frac{\rho_1 4a_2}{\rho_2 a_2}; \quad \frac{4\rho - \rho}{\rho - \rho_2} = -\frac{4\rho 4}{\rho_2};$$

$$\text{Отсюда } \frac{3}{\rho - \rho_2} = \frac{16}{\rho_2} \Rightarrow \rho_2 = \frac{16}{19}\rho = \frac{16}{19} \cdot \frac{\rho_1}{4};$$

$$\text{Тогда отношение плотностей шаров } \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{19}{4} = 4,75$$

Ответ: 4,75

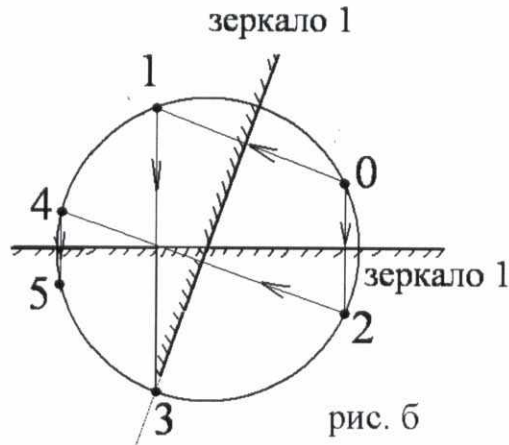
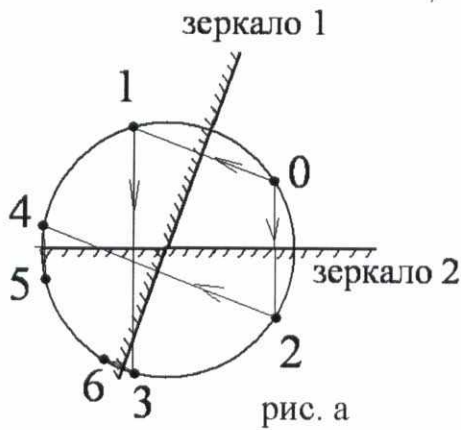
	Критерии оценки	Балл
1	Нарисован рисунок и расставлены действующие силы	3
2	Получены уравнения (1)	3
3	Записана формула для силы Архимеда и силы тяжести через плотности	3
4	Получена система (2)	3
5	Получено соотношение для ускорений, оно связано со временем движения	3
6	Найдено отношение плотностей	1-5



5. Два плоских зеркала образуют угол $\alpha = 70^\circ$. Между ними находится источник. Сколько изображений источника можно увидеть в такой системе зеркал? Ответ проиллюстрировать чертежом.

Ответ: 5 или 6

Решение



При небольшом смещении точки 0 число наблюдаемых отражений меняется (рис. а, б). Изображения 5, 6 изображений не дадут, т.к. находятся не с отражающей стороны зеркал.

	Критерии оценки	Балл
1	Построены первые два изображения в зеркалах (1, 2)	8
2	Построены изображения изображений (3, 4)	7
3	Получены изображения (5, 6)	4
4	Проанализированы решения, получены условия, когда 6-го изображения не будет	1