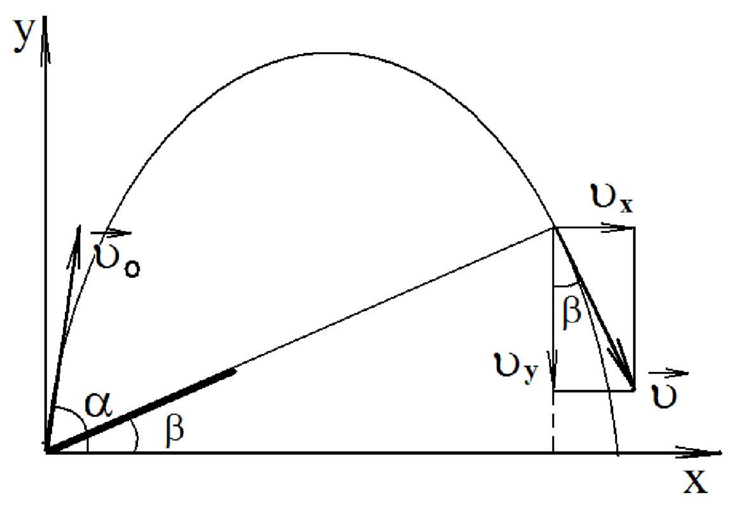
10 класс, 1 вариант

1 задача. Тело брошено со скоростью $\upsilon_0 = 150 м/с$ под углом $\alpha = \arcsin\frac{2\sqrt{2}}{3}$ к горизонту. За полетом тела наблюдают в оптическую трубу, установленную в точке бросания. Через какое время скорость тела будет перпендикулярна оси трубы? Ускорение свободного падения $g = 10 м/с^2$. **(Ответ: 21 с)**



Из рисунка видно, что

$$tg\beta = \frac{\upsilon_x}{\upsilon_y} = \frac{y}{x} \qquad (1)$$

$$\begin{cases} \upsilon_x = \upsilon_0 \cos\alpha \\ \upsilon_y = \upsilon_0 \sin\alpha - gt \end{cases} \qquad (2)$$

$$\begin{cases} x = \upsilon_0 \cos\alpha t \\ y = \upsilon_0 \sin\alpha t - \frac{gt^2}{2} \end{cases} \qquad (3)$$

$$\sin^2\alpha = \frac{8}{9};\ \cos^2\alpha = \frac{1}{9} \qquad (4)$$

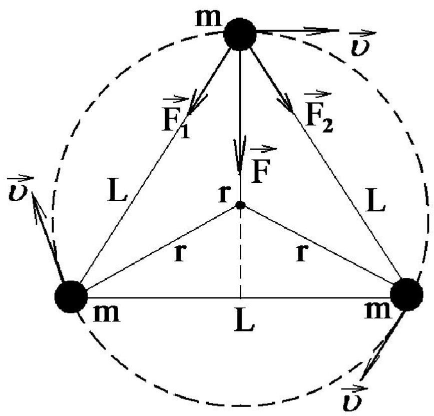
Уравнения (2) и (3) ставим в (1) и получаем $\frac{\upsilon_0\cos\alpha}{|\upsilon_0\sin\alpha - gt|} = \frac{\upsilon_0\sin\alpha t - \frac{gt^2}{2}}{\upsilon_0\cos\alpha t}$. (5)

После преобразований и подстановки (4) получаем $\frac{g^2t^2}{2} - gt\upsilon_0\sqrt{2} + \upsilon_0^2 = 0$.

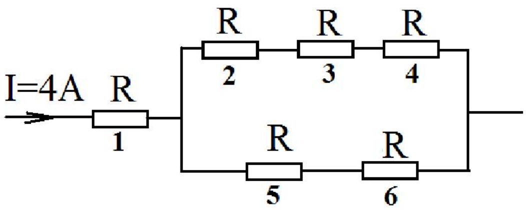
Решая это уравнение, получаем t = 21 *с*.

Критерии:

1) правильное выполнение рисунка - 3
2) наличие формулы (1) - 3
3) наличие формул (2) - 3
4) наличие формул (3) - 3
5) наличие формул (4) - 2
6) получено выражение (5) - 3
7) получен правильный ответ – 3.

<table>
<tr><td>2 задача</td><td>Три звезды, удаленные от других небесных тел, массы m каждая сохраняют при своем движении конфигурацию равностороннего треугольника со стороной L . Найдите период вращения звезд вокруг центра масс системы. Гравитационная постоянная G.
(Ответ: $T = 2\pi L\sqrt{\frac{L}{3Gm}}$)</td><td>Баллы</td></tr>
<tr><td></td><td>

Силы взаимодействия
$F_1 = F_2 = \frac{Gm^2}{L^2}$ (1)
Результирующая сила, действующая на звезду, направлена к центру окружности и равна
$F = 2\frac{Gm^2}{L^2}\cos 30^\circ = ma$ (2)
Радиус орбиты $r = \frac{2}{3}h$, где h – высота равностороннего треугольника равна $h = \sqrt{L^2 - \frac{L^2}{4}} = \frac{L\sqrt{3}}{2} \Rightarrow r = \frac{L}{\sqrt{3}}$ (3)
Подставляя в (2) центростремительное ускорение получаем
$2\frac{Gm^2}{L^2}\cos 30^\circ = m\frac{\upsilon^2}{r}$ или $2\frac{Gm^2}{L^2}\frac{\sqrt{3}}{2} = m\frac{\upsilon^2\sqrt{3}}{L}$
Скорость вращения $\upsilon = \sqrt{\frac{Gm}{L}}$.
Период равен $T = \frac{2\pi r}{\upsilon} = 2\pi L\sqrt{\frac{L}{3Gm}}$</td><td>Рис-3
3
3
3
3
5</td></tr>
<tr><td></td><td>Итого:</td><td>20</td></tr>
</table>

3 задача	Несколько сопротивлений соединены так, как показано на схеме. При пропускании тока через некоторое время температура первого сопротивления возросла на $\Delta t_1 = 50^\circ C$. Как изменилась за это время температура второго сопротивления? **(Ответ:** $\Delta t_2 = 8^\circ C$**)**	Баллы
	 Через сопротивления 2,3,4 течет одинаковый ток $I_1 = \frac{2}{5} I = 1{,}6A$, а через 5,6 ток $I_2 = \frac{3}{5} I = 2{,}4A$. Тогда отношение выделившегося тепла $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{I^2 Rt}{I_1^2 Rt} = \frac{cm\Delta t_1}{cm\Delta t_2}$ $\Delta t_2 = \frac{I_1^2 \Delta t_1}{I^2} = \frac{2{,}56 \cdot 50}{16} = 8^\circ C$	5 10 5
	Итого:	20

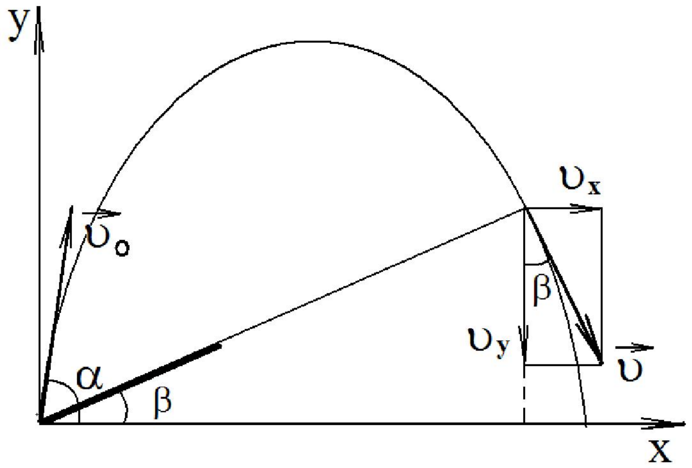
4 задача	В вертикально расположенном цилиндрическом сосуде под очень легким поршнем находятся $m = 3\ кг$ воды при температуре $t = 20^\circ C$. Площадь поршня $S = 3\ дм^2$. При нагревании воде было сообщено Q = 1017*кДж* тепла. На какую высоту *h* поднимается поршень? Изменением объема воды при нагревании, а также её тепловым расширением пренебречь. Атмосферное давление $P = 10^5\ Па$. Удельная теплоемкость воды $c = 4200 \frac{Дж}{кг \cdot K}$, удельная теплота парообразования воды $r = 2{,}26 \cdot 10^6 \frac{Дж}{кг}$, молярная масса воды $\mu = 18 \cdot 10^{-3}\ кг/моль$. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31 \frac{Дж}{моль \cdot K}$. **(Ответ: 23 см)**	Баллы
	Количество теплоты, необходимое на нагревание воды до температуры кипения равно $Q_1 = cm\Delta t = 3 \cdot 4{,}2 \cdot 10^3 (100 - 20) = 1008 \cdot 10^3\ Дж$	

	Тогда масса испарившейся воды $m_1 = \frac{Q - Q_1}{r} = 3{,}98 \cdot 10^{-3}\,кг$. Давление паров воды под поршнем будет равно атмосферному, т.к. поршень легкий, тогда для пара $\frac{m_1}{\mu} RT = PV$. Высота, на которую поднимется поршень $h = \frac{V}{S} = \frac{m_1 RT}{\mu PS} = 0{,}288(м) \approx 23см$ Или в общем виде $h = \frac{Q - mc\Delta t}{r\mu PS} RT$	5 5 5 5
	Итого:	20

5 задача	Небольшой шар массой *M* = 1 *кг* лежит на подставке в виде кольца. Снизу в шар попадает летящая вертикально пуля массой *m* = 0,01 *кг*, пробивает его и поднимается на высоту *h* = 20*м* над подставкой. На какую максимальную высоту *H* над подставкой поднимется шар, если скорость пули перед ударом о шар была равна $\upsilon = 100 м/с$? Ускорение свободного падения $g = 10 м/с^2$. **(Ответ: 3,2 см)**	Баллы
	По закону сохранения импульса $m\upsilon = m\upsilon_1 + M\upsilon_2$. Скорость пули после удара найдем, зная высоту её подъёма $mgh = \frac{m\upsilon_1^2}{2} \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{2gh} = 20 м/с$. Тогда скорость шара $\upsilon_2 = \frac{m(\upsilon - \upsilon_1)}{M} = 0{,}8 м/с$. Высота подъёма шара $H = \frac{\upsilon_2^2}{2g} = 0{,}032м = 3{,}2см$	5 5 5 5
	Итого:	20

10 класс, 2 вариант

1 задача. Тело брошено со скоростью $\upsilon_0 = 150 м/с$ под углом $\alpha = \arcsin\frac{2\sqrt{2}}{3}$ к горизонту. За полетом тела наблюдают в оптическую трубу, установленную в точке бросания. Через некоторое время скорость тела оказалась перпендикулярна оси трубы. Под каким углом к горизонту направлена в этот момент ось трубы? Ускорение свободного падения $g = 10 м/с^2$. **(Ответ:** $\beta = arctg 0{,}72$**)**



Из рисунка видно, что

$$tg\beta = \frac{\upsilon_x}{\upsilon_y} = \frac{y}{x} \qquad (1)$$

$$\begin{cases} \upsilon_x = \upsilon_0 \cos\alpha \\ \upsilon_y = \upsilon_0 \sin\alpha - gt \end{cases} \qquad (2)$$

$$\begin{cases} x = \upsilon_0 \cos\alpha t \\ y = \upsilon_0 \sin\alpha\, t - \dfrac{gt^2}{2} \end{cases} \qquad (3)$$

$$\sin^2\alpha = \frac{8}{9};\ \cos^2\alpha = \frac{1}{9} \qquad (4)$$

Уравнения (2) и (3) ставим в (1) и получаем $\dfrac{\upsilon_0 \cos\alpha}{|\upsilon_0 \sin\alpha - gt|} = \dfrac{\upsilon_0 \sin\alpha\, t - \dfrac{gt^2}{2}}{\upsilon_0 \cos\alpha\, t}$. (5)

После преобразований и подстановки (4) получаем $\dfrac{g^2t^2}{2} - gt\upsilon_0\sqrt{2} + \upsilon_0^2 = 0$ (6)

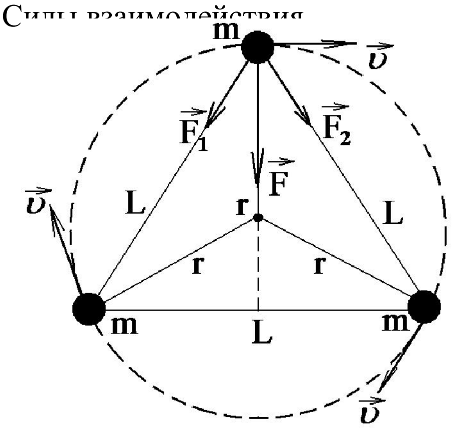
Решая это уравнение, получаем $t = 21$ *с*.

Из уравнения (1) получаем $tg\beta = 0,73 \Rightarrow \beta = arctg 0,72$

Критерии:

1) правильное выполнение рисунка - 3
2) наличие формулы (1) - 3
3) наличие формул (2) - 3
4) наличие формул (3) - 3
5) наличие формул (4) - 2
6) получено выражение (6) - 2
7) найдено время и угол – 4.

<table>
<tr>
<td>2 задача</td>
<td>Три звезды, удаленные от других небесных тел, массы m каждая сохраняют при своем движении конфигурацию равностороннего треугольника. Период вращения звезд вокруг центра масс системы T. Чему равна сторона треугольника? Гравитационная постоянная G. (Ответ: $L=\sqrt[3]{\frac{T^2 3Gm}{4\pi^2}}$)</td>
<td>Баллы</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>
Силы взаимодействия



$$F_1=F_2=\frac{Gm^2}{L^2} \quad (1)$$

Результирующая сила, действующая на звезду, направлена к центру окружности и равна

$$F=2\frac{Gm^2}{L^2}\cos 30^\circ=ma \quad (2)$$

Радиус орбиты $r=\frac{2}{3}h$, где h – высота равностороннего треугольника равна

$$h=\sqrt{L^2-\frac{L^2}{4}}=\frac{L\sqrt{3}}{2}\Rightarrow r=\frac{L}{\sqrt{3}} \quad (3)$$

Подставляя в (2) центростремительное ускорение получаем

$$2\frac{Gm^2}{L^2}\cos 30^\circ=m\frac{\upsilon^2}{r} \quad \text{или} \quad 2\frac{Gm^2}{L^2}\frac{\sqrt{3}}{2}=m\frac{\upsilon^2\sqrt{3}}{L}$$

Скорость вращения $\upsilon=\sqrt{\frac{Gm}{L}}$.

Период равен $T=\frac{2\pi r}{\upsilon}=2\pi L\sqrt{\frac{L}{3Gm}}$.

Сторона треугольника $L=\sqrt[3]{\frac{T^2 3Gm}{4\pi^2}}$
</td>
<td>Рис-3

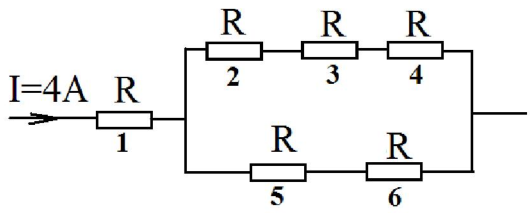
3

3

3

3
3
2</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Итого:</td>
<td>20</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>3 задача</td>
<td>Несколько сопротивлений соединены так, как показано на схеме. При пропускании тока через некоторое время температура первого сопротивления возросла на $\Delta t_1=50^\circ C$. Как изменилась за это время температура четвертого сопротивления?
(Ответ: $\Delta\ t_2=8^\circ C$)</td>
<td>Баллы</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>


Через сопротивления 2,3,4 течет одинаковый ток $I_1 = \frac{2}{5}I = 1{,}6A$, а через 5,6 ток $I_2 = \frac{3}{5}I = 2{,}4A$.

Тогда отношение выделившегося тепла $\frac{Q_1}{Q_4} = \frac{I^2Rt}{I_1^2Rt} = \frac{cm\Delta t_1}{cm\Delta t_4}$

$\Delta t_4 = \frac{I_1^2\Delta t_1}{I^2} = \frac{2{,}56 \cdot 50}{16} = 8^\circ C$
</td>
<td>5
10
5</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Итого:</td>
<td>20</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>4 задача</td>
<td>
В вертикально расположенном цилиндрическом сосуде под очень легким поршнем находятся m = 3,5 $кг$ воды при температуре $t = 20^\circ C$. При нагревании воде было сообщено Q = 1185 $кДж$ тепла. На какую высоту поднимется поршень? Площадь поршня $S = 3\ дм^2$. Изменением объема воды при нагревании, а также её тепловым расширением пренебречь. Атмосферное давление $P = 10^5\ Па$.

Удельная теплоемкость воды $c = 4200\frac{Дж}{кг \cdot K}$, удельная теплота парообразования воды $r = 2{,}26 \cdot 10^6\ \frac{Дж}{кг}$, молярная масса воды $\mu = 18 \cdot 10^{-3}\ кг/моль$. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31\frac{Дж}{моль \cdot K}$. (Ответ: h = 23 см)
</td>
<td>Баллы</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>
Количество теплоты, необходимое на нагревание воды до температуры кипения равно

$Q_1 = cm\Delta t = 3{,}5 \cdot 4{,}2 \cdot 10^3(100-20) = 1176 \cdot 10^3\ Дж$

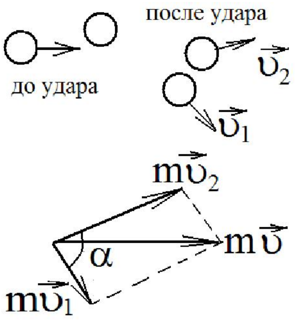
Тогда масса испарившейся воды $m_1 = \frac{Q - Q_1}{r} = 3{,}98 \cdot 10^{-3}\ кг$.

Давление паров воды под поршнем будет равно атмосферному, т.к. поршень легкий, тогда для пара $\frac{m_1}{\mu}RT = PV$.

Высота, на которую поднимется поршень
</td>
<td>5
5

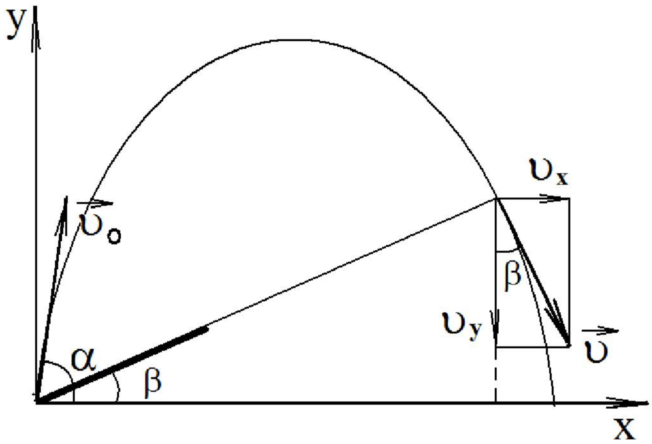
5</td>
</tr>
</table>

	$h=\frac{V}{S}=\frac{m_1RT}{\mu PS}=0{,}288(м)\approx 23см$ Или в общем виде $h=\frac{Q-mc\Delta t}{r\mu PS}RT$	5
	Итого:	20

5 задача	Два одинаковых гладких шара массой m = 0,2 *кг* испытывают упругий нецентральный удар (скорости шаров не лежат на прямой, соединяющей их центры). Скорость первого шара $\upsilon=10м/с$. Второй шар до столкновения покоился. Определить угол разлета шаров. Ответ аргументировать. **(Ответ: 90^0)**	Баллы
	 По закону сохранения импульса $m\vec{\upsilon}=m\vec{\upsilon}_1+m\vec{\upsilon}_2$ $(m\upsilon)^2=(m\upsilon_1)^2+(m\upsilon_2)^2+2m^2\upsilon_1\upsilon_2\,$co или $\upsilon^2=\upsilon_1^2+\upsilon_2^2+2\upsilon_1\upsilon_2\cos\alpha$ (1) По закону сохранения энергии $\frac{m\upsilon^2}{2}=\frac{m\upsilon_1^2}{2}+\frac{m\upsilon_2^2}{2}$ или $\upsilon^2=\upsilon_1^2+\upsilon_2^2$ (2). Выражения (1) и (2) совпадают при $\cos\alpha=0\Rightarrow\alpha=90^\circ$	Рис-5 5 5 5
	Итого:	20

10 класс, 3 вариант

1 задача. Тело брошено под углом $\alpha=\arcsin\frac{2\sqrt{2}}{3}$ к горизонту. За полетом тела наблюдают в оптическую трубу, установленную в точке бросания. Через t = 21с скорость тела оказалась направлена перпендикулярно оси трубы. С какой скоростью брошено тело? Ускорение свободного падения $g=10м/с^2$.



Из рисунка видно, что $tg\beta=\frac{\upsilon_x}{\upsilon_y}=\frac{y}{x}$ (1)

$$\begin{cases}\upsilon_x=\upsilon_0\cos\alpha\\ \upsilon_y=\upsilon_0\sin\alpha-gt\end{cases} \qquad (2)$$

$$\begin{cases} x = \upsilon_0 \cos\alpha t \\ y = \upsilon_0 \sin\alpha\, t - \dfrac{gt^2}{2} \end{cases} \qquad (3) \quad \sin^2\alpha = \frac{8}{9};\ \cos^2\alpha = \frac{1}{9} \qquad (4)$$

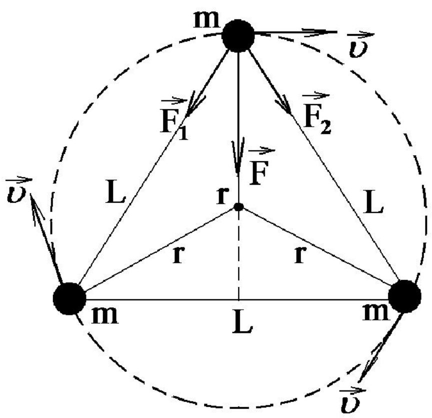
Уравнения (2) и (3) ставим в (1) и получаем $$\frac{\upsilon_0 \cos\alpha}{|\upsilon_0 \sin\alpha - gt|} = \frac{\upsilon_0 \sin\alpha\, t - \dfrac{gt^2}{2}}{\upsilon_0 \cos\alpha\, t}. \qquad (5)$$

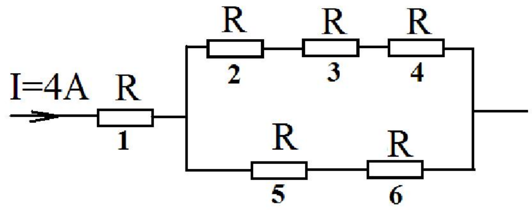
После преобразований и подстановки (4) получаем $$\frac{g^2 t^2}{2} - gt\upsilon_0\sqrt{2} + \upsilon_0^2 = 0 \qquad (6)$$

Решая это уравнение, получаем $\upsilon_0 = 150 м/с$.

Критерии:

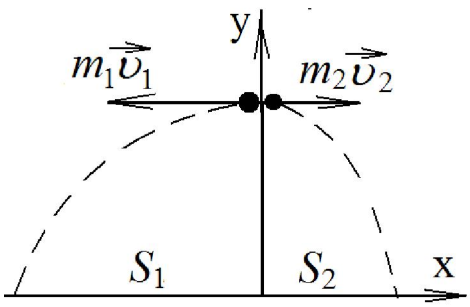
1) правильное выполнение рисунка - 3
2) наличие формулы (1) - 3
3) наличие формул (2) - 3
4) наличие формул (3) - 3
5) наличие формул (4) - 2
6) получено выражение (5) - 3
7) получен правильный ответ – 3.

2 задача	Три звезды, удаленные от других небесных тел, одинаковой массы сохраняют при своем движении конфигурацию равностороннего треугольника со стороной L . Период вращения звезд вокруг центра масс системы равен T. Определить массу этих звёзд. Гравитационная постоянная G. **Ответ:** $\left(m = \dfrac{4\pi^2 L^3}{3GT^2} \right)$	Баллы
	 	Рис-3
	Силы взаимодействия $F_1 = F_2 = \dfrac{Gm^2}{L^2}$ (1)	3
	Результирующая сила, действующая на звезду, направлена к центру окружности и равна $F = 2\dfrac{Gm^2}{L^2}\cos 30^\circ = ma$ (2)	3
	Радиус орбиты $r = \dfrac{2}{3}h$, где h – высота равностороннего треугольника равна $h = \sqrt{L^2 - \dfrac{L^2}{4}} = \dfrac{L\sqrt{3}}{2} \Rightarrow r = \dfrac{L}{\sqrt{3}}$ (3)	3
	Подставляя в (2) центростремительное ускорение получаем $2\dfrac{Gm^2}{L^2}\cos 30^\circ = m\dfrac{\upsilon^2}{r}$ или $2\dfrac{Gm^2}{L^2}\dfrac{\sqrt{3}}{2} = m\dfrac{\upsilon^2\sqrt{3}}{L}$ Скорость вращения $\upsilon = \sqrt{\dfrac{Gm}{L}}$.	3
	Период равен $T = \dfrac{2\pi r}{\upsilon} = 2\pi L\sqrt{\dfrac{L}{3Gm}}$.	3
	Масса каждой звезды $\left(m = \dfrac{4\pi^2 L^3}{3GT^2} \right)$	2
	Итого:	20

3 задача	Несколько сопротивлений соединены так, как показано на схеме. При пропускании тока через некоторое время температура первого сопротивления возросла на $\Delta t_1 = 50^\circ C$. Как изменилась за это время температура пятого сопротивления? **(Ответ:** $\Delta\ t_3 = 18^\circ C$)	Баллы
	 Через сопротивления 2,3,4 течет одинаковый ток $I_1 = \frac{2}{5} I = 1{,}6 A$, а через 5,6 ток $I_2 = \frac{3}{5} I = 2{,}4 A$. Тогда отношение выделившегося тепла $\frac{Q_1}{Q_5} = \frac{I^2 Rt}{I_2^2 Rt} = \frac{cm\Delta t_1}{cm\Delta t_5}$ $\Delta t_5 = \frac{I_2^2 \Delta t_1}{I^2} = \frac{5{,}76 \cdot 50}{16} = 18^\circ C$	5 10 5
	Итого:	20

4 задача	В вертикально расположенном цилиндрическом сосуде под очень легким поршнем находятся m = 3,5 *кг* воды при температуре $t = 20^\circ C$. При нагревании воде было сообщено Q = 1185 *кДж* тепла. В результате этого поршень поднимается на высоту h = 23*см*. Чему равна площадь поршня? Изменением объема воды при нагревании, а также её тепловым расширением пренебречь. Атмосферное давление $P = 10^5\ Па$. Удельная теплоемкость воды $c = 4200 \frac{Дж}{кг \cdot K}$, удельная теплота парообразования воды $r = 2{,}26 \cdot 10^6 \frac{Дж}{кг}$, молярная масса воды $\mu = 18 \cdot 10^{-3}\ кг/моль$. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31 \frac{Дж}{моль \cdot K}$. **(Ответ:** $S = 3\ дм^2$)	Баллы
	Количество теплоты, необходимое на нагревание воды до температуры кипения равно $Q_1 = cm\Delta t = 3 \cdot 4{,}2 \cdot 10^3 (100 - 20) = 1008 \cdot 10^3\ Дж$ Тогда масса испарившейся воды $m_1 = \frac{Q - Q_1}{r} = 3{,}98 \cdot 10^{-3}\ кг$. Давление паров воды под поршнем будет равно атмосферному, т.к.	5 5

	поршень легкий, тогда для пара $\frac{m_1}{\mu}RT = PV$.	5
	Площадь поршня $S = \frac{V}{h} = \frac{m_1 RT}{\mu Ph} = 3 \cdot 10^{-2} м = 3дм^2$	5
	Или в общем виде $S = \frac{Q - mc\Delta t}{r\mu Ph}RT$	
	Итого:	20

5 задача	Ядро, летящее горизонтально со скоростью $\upsilon = 20 м/с$, на высоте 20 м разорвалось на два осколка массами $m_1 = 10 кг$ и $m_2 = 5 кг$. Скорость меньшего осколка после разрыва $\upsilon_2 = 90 м/с$ и направлена так же, как и скорость ядра до разрыва. На каком расстоянии друг от друга осколки упадут на землю? Ускорение свободного падения $g = 10 м/с^2$. (**Ответ: 210 м)**	Баллы
	 Из закона сохранения импульса следует, что если скорость второго направлена так же, как и скорость ядра до разрыва, то скорость первого направлена по горизонтали в противоположную сторону. В проекции на ось X: $(m_1 + m_2)\upsilon = -m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2$	Рис-3
	Скорость первого осколка $\upsilon_1 = \frac{-(m_1 + m_2)\upsilon + m_2\upsilon_2}{m_1} = 15 м/с$	4
	Определим время падения осколков $h = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2с$	3
	Так как скорость по оси X остается постоянной, то расстояние между точками падения осколков $S = (S_1 + S_2)t = 210 м$	5
		5
	Итого:	20