11 КЛАСС

Задача 1

В 2010 году в Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова поступил никому неизвестный Петя Ломоносов. Он очень гордился своей фамилией и с детства мечтал добиться великих достижений в физике, как и его знаменитый тезка. Еще в 11 классе среди прочих трудов Петя познакомился с диссертацией М.В. Ломоносова "Размышление о причине теплоты и холода", где тот обосновал молекулярно-кинетическую теорию теплоты и ряд физических принципов, в частности, существование абсолютного нуля, т.е. температуры, при которой прекращается тепловое движение частиц материи.

Заинтересовавшись термодинамикой, Петя решил экспериментально изучить поведение идеального газа при его нагревании. В одной из лабораторий физического факультета он нашел цилиндрический сосуд с поршнем, в который был встроен небольшой электрический нагреватель. Затем он заполнил сосуд гелием под высоким давлением $P_1 = 4\cdot10^5$ Па и поместил его горизонтально под стеклянный колпак, из под которого откачал воздух до глубокого вакуума, чтобы избежать передачу тепла окружающим телам. Первоначальное расстояние от дна сосуда до поршня было равно Z = 30 см, площадь поперечного сечения поршня S = 25 см^2. В результате медленного нагревания газа поршень сдвинулся на расстояние x= 10 см. При равномерном движении поршня на него со стороны стенок сосуда действовала сила трения величиной $F_{\text{тр}} = 3\cdot10^3$ Н. Какое количество теплоты получил газ в этом процессе?

Решение:

При давлении P_1 на поршень давит газ с силой $F = P_1 S = 4\cdot10^5\cdot25\cdot10^{-4} = 1000$ Н. Эта сила не сможет сдвинуть поршень из-за силы трения, которая имеет максимальное значение 3000 Н, поэтому первоначальное нагревание *изохорическое* вплоть до увеличения давления до $P_2 = \dfrac{F_2}{S} = \dfrac{3000}{25\cdot10^{-4}} = 12\cdot10^5$. После этого при медленном нагреве сила трения не увеличивается и сила давления газа тоже остается постоянной, то есть дальнейшее нагревание происходит *изобарически*.

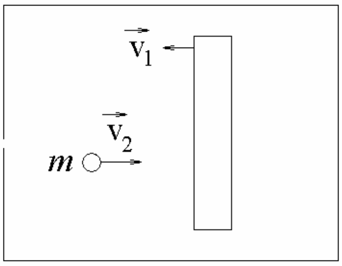
Так как газ одноатомный и при давлениях даже вплоть до 12 атм его можно считать идеальным, то $Q_1 = \Delta U = \dfrac{3}{2}\nu R\Delta T = \dfrac{3}{2}\left(P_2V_1 - P_1V_1\right) = \dfrac{3}{2}V_1\left(P_2 - P_1\right) = \dfrac{3}{2}ZS\Delta P = \dfrac{3}{2}0{,}3\cdot25\cdot10^{-4}8\cdot10^5 = 900$ Дж

$$Q_2 = \Delta U + A = \frac{3}{2}\nu R\Delta T + P_2\Delta V = \frac{3}{2}P_2\Delta V + P_2\Delta V = \frac{5}{2}P_2Sx = \frac{5}{2}12\cdot10^5\cdot25\cdot10^{-4}\cdot0{,}1 = 750$$

$Q = Q_1 + Q_2 = 900 + 750 = 1650$ Дж

Ответ: 1650 Дж

Задача 2



По гладкому горизонтальному столу перемещают гладкий брусок в виде прямоугольного параллелепипеда с постоянной скоростью v_1=2 м/с так, что скорость $\vec{v}_1$ перпендикулярна одной из сторон бруска. Перпендикулярно бруску скользит маленькая шайба массы m = 30 г со скоростью v_2 = 4 м/с и абсолютно упруго отскакивает от бруска. Какую работу при этом совершили силы, движущие брусок?

Решение:

Закон упругого отражения – скорость шайбы перед ударом о поверхность равна скорости шайбы после удара – выполняется только при условии неподвижности поверхности, от которой отскакивает тело. Таким образом, необходимо перейти в инерциальную систему отсчета, связанную с бруском, при этом скорость шайбы относительно бруска станет равной $v'_2 = v_2 + v_1 = 4 + 2 = 6$ м/с. При ударе эта скорость изменит направление, оставшись такой же по модулю. При обратном переходе в неподвижную систему отсчета абсолютная скорость шайбы станет равной $v''_2 = -v'_2 - v_1 = -6 - 2 = -8$ м/с. Скорость шайбы возросла, так как силы, толкающие брусок, поддерживая его скорость постоянной, совершили работу, равную изменению кинетической энергии шайбы:

$$A = \Delta E_k = \frac{m v_2''^2}{2} - \frac{m v_2^2}{2} = \frac{0,03}{2}\left(64 - 16\right) = 0,72 \text{ Дж.}$$

Ответ: 0,72 Дж.

Задача 3

Легковая машина, имеющая массу вместе с пассажирами m=1500 кг, двигалась прямолинейно по горизонтальной дороге со скоростью 72 км/ч по сухому асфальту. Водитель решил продемонстрировать свои способности по управлению машиной и, на полном ходу, включил заднюю передачу, заставив два задних колеса вращаться в другую сторону с большой угловой скоростью так, что резина на протекторах задних колес стала дымиться. Найти путь, который пройдет машина за время t=10 с, если коэффициент трения скольжения резины по асфальту равен μ =0,5, а сила давления каждого колеса на асфальт одинакова.

Решение:

Сила трения скольжения на задние колеса $F_{тр} = \mu N = \mu \frac{m}{2} g$ заставляет тормозить машину с ускорением $a = \frac{F_{тр}}{m} = \frac{\mu g}{2} = 2{,}5$ м/с^2.

Время до остановки равно $t_0 = \frac{v_0}{a} = \frac{20}{2{,}5} = 8$ с. За это время скорость машины станет равной нулю, но колеса будут продолжать вращаться, что заставит машину разгоняться в другую сторону. Задавая начальную координату машины равной нулю, найдем координату места остановки (через 8 с) и конечную координату машины (через 10 с).

$$x_1 = v_0 t_0 - \frac{a t_0^2}{2} = 20 \cdot 8 - \frac{2{,}5 \cdot 8^2}{2} = 160 - 80 = 80 \text{ м}$$

$$x_2 = v_0 t - \frac{a t^2}{2} = 20 \cdot 10 - \frac{2{,}5 \cdot 10^2}{2} = 200 - 125 = 75 \text{ м}$$

Таким образом машина проехала 80 м до остановки и еще 5 м в обратном направлении, т.е. всего 85 м

Ответ: 85 м

Задача 4

Небольшой шарик объемом V=10 см^3 и массой m = 50 г подвешен на невесомой и нерастяжимой нити и полностью погружен в сосуд с водой. Если к нити приложить силу $T = 1$ Н, то шарик будет подниматься вверх с постоянной скоростью v_1 = 1 м/с. Найти скорость погружения шарика, если нить оборвется. Учесть, что сила сопротивления воды пропорциональная скорости шарика. Плотность воды принять равной 1000 кг/м^3, ускорение свободного падения g = 10 м/с^2.

Решение:

Из условия пропорциональности силы сопротивления и скорости следует, что $F_{сопр} = kv$, где k – коэффициент пропорциональности.

При равномерном движении вверх сумма проекций сил на вертикальную ось равна нулю:

$$T + F_A - mg - F_{сопр} = 0, \qquad (*)$$

где $F_A = \rho g V = 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-5} = 0,1$ Н – сила Архимеда

$mg = 0,05 \cdot 10 = 0,5$ Н – сила тяжести

$F_{сопр} = kv_1$

Найдем k из (*): $k = \dfrac{T + F_A - mg}{v_1} = \dfrac{1 + 0,1 - 0,5}{1} = 0,6$ Н·с/м

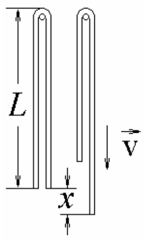
Когда нить оборвется, шарик будет падать в воде вниз со скоростью v_2 и сумма проекций сил на вертикальную ось опять будет равна нулю

$$mg - F_A - kv_2 = 0$$

откуда $v_2 = \dfrac{mg - F_A}{k} = \dfrac{0,5 - 0,1}{0,6} = \dfrac{2}{3} = 0,667$ м/с

Ответ: 0,667 м/с

Задача 5



Однородный шнур повесили на гладкий гвоздь так, что слева и справа оказались части одинаковой длины $L = 2{,}5$ м. Легким толчком шнур привели в движение. Найти модуль скорости шнура v в момент, когда нижний конец правой части опустится на $x =$ 10 см.

Решение:

Найдем потенциальную энергию системы в начальный момент времени, выбрав нулевой уровень там, где вбит гвоздь:

$$E_{n1} = -\frac{m}{2} g \frac{L}{2} \cdot 2 = -\frac{mgL}{2},$$

где m – масса всего шнура.

В последний момент потенциальная энергия равна

$$E_{n2} = -m_1 g \frac{L-x}{2} - m_2 g \frac{L+x}{2},$$

где $m_1 = \frac{m}{2L}(L-x)$ – масса левой части шнура;

$m_2 = \frac{m}{2L}(L+x)$ – масса правой части шнура.

Таким образом $\quad E_{n2} = -\frac{mg}{4L}\left[(L-x)^2 + (L+x)^2\right]$

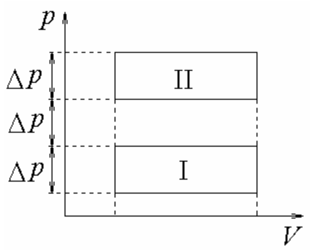
Из закона сохранения энергии убыль потенциальной энергии равна увеличению кинетической $\Delta E_k = -\Delta E_n$, откуда следует

$$\frac{m\mathrm{v}^2}{2} = E_{n1} - E_{n2} = \frac{mg}{4L}\left[(L-x)^2 + (L+x)^2 - 2L^2\right] = \frac{mg}{2L} x^2$$

Скорость шнура равна $\mathrm{v} = x\sqrt{\frac{g}{L}}$ =0,2 м/с

Ответ: 0,2 м/с

Задача 6



На рисунке изображены два цикла тепловой машины, в котором рабочим телом является идеальный одноатомный. Найти, чему равен η_1 к.п.д. цикла I, если он в два раза больше η_2 к.п.д. цикла II.

Решение:

Работа тепловой машины за цикл, в двух случаях одинакова, т.к. $A = \Delta p \Delta V$ – площадь прямоугольников. Выразим полученное тепло в первом и во втором цикле:

$$Q_1 = \frac{3}{2}\Delta p \cdot V_1 + \frac{5}{2}\left(p_1 + \Delta p\right)\Delta V$$

$$Q_2 = \frac{3}{2}\Delta p \cdot V_1 + \frac{5}{2}\left(p_1 + 3\Delta p\right)\Delta V = Q_1 + \frac{5}{2}2\Delta p\Delta V = Q_1 + 5A$$

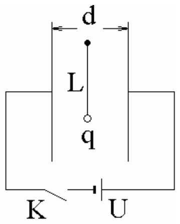
Теперь запишем выражения для к.п.д. двух циклов и сравним их:

$$\eta_1 = \frac{A}{Q_1}, \ \eta_2 = \frac{A}{Q_2} = \frac{A}{Q_1 + 5A}$$

Так как $\eta_1 = 2\eta_2$, то $\frac{A}{Q_1} = \frac{2A}{Q_1 + 5A}$, откуда $Q_1 = 5A$, т.е. $\eta_1 = \frac{1}{5} = 0,2$

Ответ: $\eta_1 = \frac{1}{5} = 0,2$

Задача № 7



Между двумя вертикальными проводящими пластинами расстояние между которыми d = 2 *см,* поместили маленький заряженный шарик массы m =5 г и зарядом q = 2 мкКл, подвешенный на длинной невесомой нерастяжимой нити длины L = 10 см. В момент времени $t = 0$ с помощью ключа К пластины были подключены к источнику постоянного напряжения U =100 В, что привело к движению шарика.. Через какой промежуток времени шарик первый раз остановится? Считать размеры пластин намного превышающими длину нити, g = 10 м/с^2

Решение:

При подключении напряжения между пластинами возникнет электрическое поле с напряженностью $E = U/d$, которое подействует электрической силой $F = qE = \dfrac{qU}{d}$ на шарик. Таким образом на математический маятник будет действовать результирующая сила $F_{рез} = \sqrt{F^2 + (mg)^2}$, что можно интерпретировать, как изменение силы гравитации. Можно ввести эффективную силу тяжести и эффективное ускорение свободного падения

$$g^* = \frac{F_{рез}}{m} = \sqrt{\left(\frac{F}{m}\right)^2 + g^2} = \sqrt{\left(\frac{qU}{md}\right)^2 + g^2} = 10{,}2 \text{ м/с}^2$$

При небольших отклонениях от положения равновесия движение маятника можно считать гармоническим с периодом колебаний $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g^*}}$.

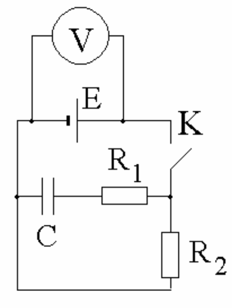
Положение равновесия можно описать углом отклонения нити от вертикали в состоянии покоя при действии всех сил: $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{F}{mg} = \dfrac{qU}{mgd} = 0{,}2 \ll 1$. Отсюда видно, что отклонения действительно очень малы.

Время движения от одного состояния покоя до второго равно полупериоду гармонических колебаний. Значит

$$t = \frac{1}{2}T = \pi\sqrt{\frac{L}{g^*}} = 3{,}14\sqrt{\frac{0{,}1}{10{,}2}} = 0{,}31 \text{ с.}$$

Ответ: 0,31 с.

Задача 8



Батарейку с внутренним сопротивлением $r = 0{,}8$ Ом включили в цепь, содержащую конденсатор емкости С = 2 мкФ и резисторы сопротивлением $R_1 = 2$ Ом и $R_2 = 3$ Ом. При разомкнутом ключе К идеальный вольтметр показывал напряжение $U_0 = 10$ В. Сразу после замыкания ключа вольтметр показал напряжение U_1, а когда завершились переходные процессы, связанные с зарядкой конденсатора, то на вольтметре установилось значение напряжения U_2. Найти разность между U_2 и U_1?

Решение:

При разомкнутом ключе вольтметр показывает значение ЭДС, т.е. $E = U_0 = 10$ В. Сразу после замыкания ключа конденсатор не заряжен, на нем нет разности потенциалов, значит, для электрической цепи, он эквивалентен обычному участку цепи с нулевым сопротивлением и его можно исключить из рассмотрения. При этом схема упрощается и видно, что резисторы R_1 и R_2 соединены параллельно с общим сопротивлением

$$R^* = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 1{,}2 \text{ Ом.}$$

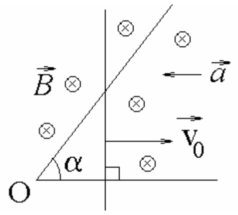
Общий ток в начальный момент времени равен $I_1 = \dfrac{E}{r + R^*} = \dfrac{10}{0{,}8 + 1{,}2} = 5$ А. Вольтметр покажет напряжение $U_1 = I_1 R^* = 5 \cdot 1{,}2 = 6$ В. После зарядки конденсатора ток через него прекратится и цепь с конденсатором и резистором R_1 можно исключить из схемы. Тогда общий ток в цепи будет равен $I_2 = \dfrac{E}{r + R_2} = \dfrac{10}{0{,}8 + 3} \approx 2{,}63$ А, а напряжение на вольтметре

$$U_2 = I_2 R_2 = 2{,}63 \cdot 3 = 7{,}89 \text{ В.}$$

Разность показаний $U_2 - U_1 = 7{,}89 - 6 = 1{,}89$ В

Ответ: 1,89 В

Задача 9



Длинный провод согнут под углом α=60°. Из того же провода создана длинная перемычка, которая расположена перпендикулярно одной из сторон угла и движется вдоль этой стороны, образуя замкнутый контур. Перпендикулярно плоскости контура включили постоянное магнитное поле с индукцией $B = 2$ Тл. В начальный момент $t = 0$ перемычку, находящуюся в точке O изгиба провода, заставили двигаться равнозамедленно с начальной скоростью $v_0 = 4$ м/с и через $\tau = 1$ с она остановилась. Найти максимальное значение модуля ЭДС индукции в этой перемычке.

Решение:

Ускорение перемычки найдем из конечного условия остановки через $t = \tau$:

$$0 = v_0 - a\tau \quad \Rightarrow \quad a = \frac{v_0}{\tau} = 4 \text{ м/с}^2$$

Площадь замкнутого контура равна $S = \frac{1}{2}xL$, где $x = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ – основание треугольника, равное пути, прошедшему перемычкой; $L = x\,\mathrm{tg}\,\alpha$ – высота треугольника. Поток магнитной индукции равен $\Phi = BS = \frac{1}{2}B\,\mathrm{tg}\,\alpha\left(v_0 t - \frac{at^2}{2}\right)^2$. По закону электромагнитной индукции, при изменении потока в контуре возникает ЭДС, равная $\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt}$, то есть ЭДС есть производная от потока по времени.

$$\varepsilon = \frac{1}{2}B\,\mathrm{tg}\,\alpha \cdot 2\left(v_0 t - \frac{at^2}{2}\right)\cdot\left(v_0 - at\right). \qquad (*)$$

Чтобы найти максимум функции, надо ее производную приравнять нулю:
$\frac{d\varepsilon}{dt} = B\,\mathrm{tg}\,\alpha\left[\left(v_0 - at\right)^2 - a\left(v_0 t - \frac{at^2}{2}\right)\right] = 0$. Отсюда найдем момент времени, в который наблюдается максимальное значение ЭДС: $v_0^2 - 2av_0 t + a^2t^2 - av_0 t + \frac{a^2t^2}{2} = 0$. Упростим квадратное уравнение

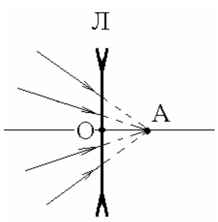
$$\frac{3}{2}a^2t^2 - 3av_0 t + v_0^2 = 0;\ D = 9a^2v_0^2 - 4v_0^2\frac{3}{2}a^2 = 3a^2v_0^2;$$

$$t = \frac{3av_0 - \sqrt{3a^2v_0^2}}{3a^2} = \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)\frac{v_0}{a} = \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)\tau \approx 0{,}423\text{ с}$$

подставляем в (*) и получим $\varepsilon_{max} = 2\sqrt{3}\left(4\cdot 0{,}423 - \frac{4\cdot 0{,}423^2}{2}\right)\left(4 - 4\cdot 0{,}423\right) \approx 10{,}7$ В

Ответ: 10,7 В

Задача 10



На идеальную рассеивающую линзу Л падают лучи так, что их продолжения пересекаются за линзой в точке А на главной оптической оси на расстоянии ОА = 10 см от центра линзы, а преломленные лучи пересекаются в некоторой точке D. Если линзу придвинуть на 1 см к точке А, то преломленные лучи пересекутся в некоторой точке D'. А если бы линзу отодвинули на 1 см от точки А, то лучи после преломления в линзе пошли бы параллельным пучком. Найти расстояние DD'.

Решение:

Используем формулу тонкой линзы, учитывая, что мнимым предметом является точка А, что означает $d = -\mathrm{OA}$.

$$-\frac{1}{OA}+\frac{1}{OD}=-\frac{1}{F};$$
$$-\frac{1}{OA+\Delta x}+\frac{1}{\infty}=-\frac{1}{F};$$
$$-\frac{1}{OA-\Delta x}+\frac{1}{f_2}=-\frac{1}{F}$$

Из второго уравнения находим фокусное расстояние $F=11$ см. Из первого уравнение найдем расстояние от центра линзы до точки D:

$$OD=\left(\frac{1}{OA}-\frac{1}{F}\right)^{-1}=\left(\frac{1}{10}-\frac{1}{11}\right)^{-1}=110\ \text{см}$$

Из третьего уравнение найдем расстояние от нового положения точки О до точки D':

$$f_2=O'D'=\left(\frac{1}{OA-\Delta x}-\frac{1}{F}\right)^{-1}=\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{11}\right)^{-1}=\frac{99}{2}=49{,}5\ \text{см}$$

Но так как линзу придвинули на 1 см, значит расстояние от первоначального положения центра О до точки D' равно $O'D'+\Delta x=49{,}5+1=50{,}5$ см.

Таким образом точка D' находится на главной оптической оси левее точки D на $110-50{,}5=59{,}5$ см.

Ответ: 59,5 см