




Задачи для 9 класса

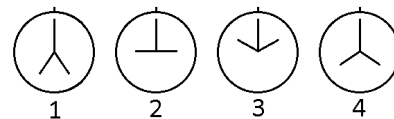
Работа выполняется самостоятельно. Использование калькуляторов и других вычислительных средств, а также справочной литературы и интернета запрещено. В работе не должны содержаться фамилия и имя участника — вместо этого подпишите каждую страницу работы личным кодом.

Просим не публиковать условия и не обсуждать задачи в интернете до 15 апреля.

1. В классе учатся 28 человек. На 8 марта каждый мальчик подарил каждой девочке один цветок — тюльпан, розу или нарцисс. Сколько было подарено роз, если известно, что их в 4 раза больше, чем нарциссов, но в 10 раз меньше, чем тюльпанов? (А. А. Теслер)
2. Сколько пятизначных чисел являются корнями уравнения $x = [\sqrt{x} + 1][\sqrt{x}]$? Символом $[a]$ обозначается целая часть числа a , то есть наибольшее целое число, не превосходящее a . (О. А. Пяйве)
3. На плоскости нарисован равносторонний треугольник и три окружности с центрами в его вершинах. Точка плоскости красится в жёлтый цвет, если она лежит внутри ровно одной из окружностей; в зелёный, если внутри ровно двух; в синий, если внутри всех трёх. Может ли жёлтая площадь равняться 100, зелёная 10, а синяя — 1? (П. Д. Муленко, А. А. Теслер)
4. На плоскости даны такие четыре точки A, B, C, D , что $AB = BC = CD$, $BD = DA = AC$. Найдите углы четырёхугольника с вершинами в этих точках. (А. А. Теслер)
5. У волшебных часов, кроме обычной пары стрелок, есть вторая пара, которая в каждый момент времени симметрична первой относительно вертикальной оси. По фотографии часов невозможно определить, какие стрелки настоящие. Кроме этого, по волшебным часам (как и по обычным) нельзя отличить утро от вечера. Поэтому одной и той же фотографии часов могут соответствовать несколько разных времён (например, 1:15, 10:45 и 22:45 на фотографии выглядят так, как показано справа). 

Робот делает несколько фотографий часов в течение одних суток (от 0:00 до 24:00). Он запоминает порядок, в котором сделаны фотографии, но не время их выполнения. Иногда по такой серии снимков можно определить, во сколько именно сделаны некоторые из них; такие снимки будем называть *определёнными*. Если же для снимка (даже с учётом остальных снимков серии) есть несколько моментов, когда он мог быть сделан, то он *неопределённый*.

Например, в серии снимков, показанных справа, снимок №2 определённый (он сделан в 9:00), а вот снимок №4 неопределённый (он мог быть сделан как в 16:00, так и в 20:00).



Пусть есть серия из 100 фотографий, сделанных в течение одних суток, никакие две из которых не выглядят одинаково, и ни одна из них не сделана в 0:00, 6:00, 12:00, 18:00 или 24:00. Какое минимальное количество неопределённых фотографий может быть среди них?

(А. А. Теслер)

6. Найдите все вещественные решения системы уравнений

$$\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{32}{y^5} + \frac{48}{y^3} + \frac{17}{y} - 15, \\ \frac{1}{y} = \frac{32}{z^5} + \frac{48}{z^3} + \frac{17}{z} - 15, \\ \frac{1}{z} = \frac{32}{x^5} + \frac{48}{x^3} + \frac{17}{x} - 15. \end{cases}$$

(А. Б. Владимиров)