

Международная математическая олимпиада «Формула Единства» / «Третье тысячелетие» 2020–2021 учебный год. Отборочный этап



Задачи для 7 класса

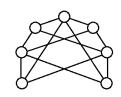
Работы сдаются в электронном виде (например, в виде doc-файлов с текстом или сканов), подробности на странице formulo.org/ru/olymp/2020-math-ru/. Последний день сдачи — 12 ноября 2020 года.

Работы должны быть сделаны самостоятельно. В большинстве задач нужны не только ответы, но и полные обоснования. В работе не должны содержаться личные данные участника, то есть подписывать работу не следует.

- 1. В полдень от большого дуба, растущего у прямой дороги, отправились в путь два друга: один на запад пешком со скоростью 4 км/ч, а второй на восток на велосипеде со скоростью 16 км/ч. Через некоторое время велосипедист повернул обратно и догнал друга (который продолжал идти на запад) в три часа дня. На какое наибольшее расстояние друг от друга отдалялись друзья и в какой момент это было?

 (А. А. Теслер)
- 2. Если округлять количество процентов до целых, то получится, что среди участников математического кружка 51% составляют мальчики, а 49% девочки. Каково минимально возможное количество участников кружка? (О. А. Пяйве)
- 3. Олег назвал натуральное число m, а Андрей нашёл сумму $1^m + 2^m + 3^m + \ldots + 998^m + 999^m$. Какой цифрой оканчивается десятичная запись этой суммы? (О. А. Пяйве)
- 4. Семь кружков соединены отрезками, как показано на рисунке. У Амира есть три карандаша красный, зелёный и синий. Он хочет закрасить каждый кружок одним из карандашей, причём никакие два кружка, соединённые отрезком, не должны быть одного цвета. Сколькими способами он может это сделать?

 (А. Р. Араб)

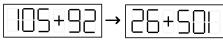


5. Последовательные нечётные натуральные числа выписывают «по спирали», как показано на рисунке. Числа 3, 15 и остальные, находящиеся вместе с ними на одной прямой, назовём хорошими (на рисунке они выделены серым). Если упорядочить хорошие числа по возрастанию (3, 15, 23, 43...), то чему равно 2020-е число в этом ряду?

(А. Р. Араб)

	1	3-	-15-	-17-	-1	9
	1	1	1 -	-3	2	1
5	Ç) -	-7-	- 5	2	3
3-	- 3	1-	-29-	-27-	-2	5
	5 3	. 1	. 11 5 9- 3-31-	. 11 1- 5 9-7-	. 11 1-3 5 9-7-5	. 11 1-3 2 5 9-7-5 2

- 6. Выражение, записанное на картинке, читается как 105+92, то есть равно 197. Но если перевернуть карточку, то получится 26+501, то есть 527. Придумайте такое выражение, записанное электронными цифрами, которое при переворачивании увеличится ровно в 2020 раз.
 - При этом должны выполняться следующие условия:



- разрешены только цифры и знаки + и -;
- ни одно число (в том числе и после переворачивания) не может начинаться с нуля;
- окончательный результат должен быть положительным.

(A. A. Tecnep)

7. В некоторых клетках квадрата 6×6 стоят мины так, что из 25 квадратов 2×2 ровно в n квадратах количество мин нечётно, а в остальных чётно. Чему может равняться* n?

(А. А. Теслер)

^{*} Такая формулировка вопроса означает, что нужно найти *все возможные* ответы на заданный вопрос; кроме этого, из решения должно быть ясно, почему никаких других ответов быть не может.