



## Задачи для 11 класса

Работы сдаются в электронном виде (например, в виде doc-файлов с текстом или сканов), подробности на странице [formulo.org/ru/olymp/2020-math-ru/](http://formulo.org/ru/olymp/2020-math-ru/). Последний день сдачи — **12 ноября 2020 года**.

Работы должны быть сделаны самостоятельно. В большинстве задач нужны не только ответы, но и полные обоснования. В работе не должны содержаться личные данные участника, то есть **подписывать работу не следует**.

1. Если округлять количество процентов до целых, то получится, что среди участников математического кружка 51% составляют мальчики, а 49% — девочки. Каково минимально возможное количество участников кружка? (О. А. Пяйве)
2. От большого дуба, растущего посреди чистого поля, ровно в полдень отправились в путь три всадника. Первый поскакал на юг со скоростью 20 вёрст в час, второй — на запад со скоростью 30 вёрст в час, третий — на восток со скоростью 40 вёрст в час. Второй и третий в некоторые моменты свернули так, чтобы, поскакав по прямой, встретить первого (продолжавшего движение на юг) в три часа дня. Кто раньше повернул и на сколько минут? (А. А. Теслер по мотивам старинной китайской задачи)
3. В классе учатся 35 учеников. За год каждый ученик посетил не менее 67 из 100 уроков математики. Докажите, что в течение учебного года можно выделить такие 3 урока, что каждый ученик посетил хотя бы один из них. (К. А. Кноп)
4. Паша написал на каждой грани куба натуральное число. Пришёл Андрей и написал в каждой вершине произведение трёх чисел на сходящихся в ней гранях. Оказалось, что сумма всех чисел Андрея равна 2020. Сколько существует различных наборов чисел, которые мог написать Паша? (П. Д. Муленко)
5. Многочлен степени  $n = 2k$  с вещественными коэффициентами является чётной функцией. Сколько различных корней он может иметь? (А. А. Теслер)
6. Докажите, что  $2 \sin^2(\sin x) \geq \sin^2 x$ . (Аргумент функции  $\sin$  — угол в радианах.) (О. А. Пяйве)
7. Последовательные нечётные натуральные числа выписывают «по спирали», как показано на рисунке. Числа 3, 15 и остальные, находящиеся вместе с ними на одной прямой, назовём хорошими (на рисунке они выделены серым). Чему равна сумма 2020 наименьших хороших чисел? (А. Р. Араб)

		13	15	17	19
...	11	1	3	21	
35	9	7	5	23	
33	31	29	27	25	
8. В окружность радиуса  $R$  вписан правильный  $n$ -угольник. Точка  $M$  движется по окружности, и для каждого её положения рассматривается сумма расстояний от  $M$  до прямых, содержащих стороны  $n$ -угольника. Для каких положений точки  $M$  результат окажется минимальным? (О. А. Пяйве)