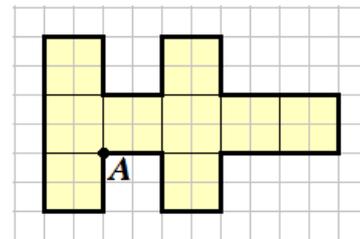
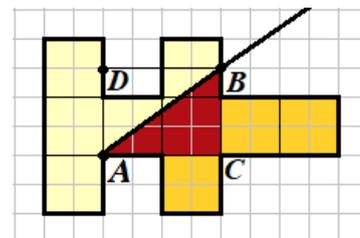


Задачи для 6 класса

- См. задачу 1 для 5 класса.
- На клетчатом листе нарисована фигура. Проведите луч с началом в точке A , разрезающий её на две части равной площади. Покажите какой-нибудь узел сетки (кроме точки A), через который проходит луч, и объясните, почему площади двух частей равны. (Л. С. Корешкова)



Решение. На рисунке показан луч и узел B , через который он проходит. Заметим, что вся фигура состоит из 9 «больших» квадратов. Правая же часть состоит из трёх таких квадратов и треугольника ABC (выделен красным), площадь которого составляет 1,5 квадрата (в чём легко убедиться, мысленно достроив его до прямоугольника $ACBD$, площадь которого — 3 квадрата). Итого площадь правой части равна 4,5 квадратам, то есть половине площади всей фигуры.



Критерии. Разрезано верно, но не обосновано — 2 балла.

- См. задачу 4 для 5 класса.
- См. задачу 5 для 5 класса.
- См. задачу 6 для 5 класса.
- На слёт «Plants VS Zombies» приехали несколько растений и зомби (всего не больше 20 существ), причём оказалось, что все существа разного роста. Растения всегда говорят правду тем, кто ниже их по росту, и врут тем, кто выше их. Зомби же, наоборот, врут более низким существам и говорят правду более высоким. При знакомстве каждый участник подошел к каждому и сказал либо «Я выше тебя», либо «Я ниже». Фраза «Я ниже» прозвучала 20 раз. Прощаясь, каждый должен был снова подойти к каждому и сказать «Я выше и я растение». Если какое-то существо не могло так сказать, то оно хлопало в ладоши. Раздалось 18 хлопков. Вычислите, сколько существ приехало на слёт, и расставьте их по росту.

(П. Д. Муленко)

Решение. Пусть общее количество существ равно n , и ровно z из них — зомби. При знакомстве растения говорят всем «Я выше тебя», а зомби всем «Я ниже». Каждый зомби сказал эту фразу всем, кроме себя, поэтому получаем $z(n-1) = 20$. По условию $n-1 < 20$, поэтому возможны варианты: $z = 2, n-1 = 10$; $z = 4, n-1 = 5$; $z = 5, n-1 = 4$ (большие z невозможны, поскольку $z \leq n$).

Теперь изучим прощание. Когда растение обращается к тому, кто ниже его, оно должно говорить правду, и фраза «Я выше и я растение» — правда. Когда к тому, кто выше, — должно лгать, и эта фраза является ложью (первая её часть ложна). Для зомби эта фраза всегда ложна, поэтому оно может сказать её каждому, кто ниже их, но не может сказать тому, кто выше их. Значит, все хлопки проделывают зомби в отношении тех, кто выше их. Нетрудно видеть, что из трёх вариантов подходит только $z = 2, n = 11$ (иначе хлопков получается меньше 18). Из 11 существ зомби должны быть самым низким и третьим с конца по росту — только тогда получается $10 + 8 = 18$ хлопков (в остальных случаях либо $10 + 9$, либо не более 17).

Ответ: 11 существ; при упорядочении роста по возрастанию — ЗРЗРРРРРРРР.

Критерии. 3 балла, если участник смог определить, что зомби может быть 2, 4 или 5.

Снимаем 1 балл, если в решении явно не указано расположение существ по росту, но все остальное объяснено.