



Международная математическая олимпиада
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»
2018–2019 учебный год. Отборочный этап

Задачи для 9 класса

1. В пятизначном числе, не содержащем нулей, стёрли первую цифру, и оно уменьшилось в целое количество раз. В оставшемся числе снова стёрли первую цифру, и оно опять уменьшилось в целое количество раз. Потом первую цифру стирали ещё дважды, и каждый раз число уменьшалось в целое количество раз. Приведите пример исходного числа.
2. Кирилл придумал два квадратных трёхчлена, корнями которых являются натуральные числа. Потом он сложил их и обнаружил, что корнями суммарного трёхчлена тоже являются натуральные числа. Могут ли все шесть корней оказаться различными?
3. Сто баранов бегут в ряд на расстоянии 6 метров друг от друга со скоростью 5 км/ч. Навстречу им со скоростью 1 км/ч идет пастух, который при встрече с бараном мгновенно разворачивает его в противоположном направлении, и тот продолжает бежать с прежней скоростью. Найдите расстояние между баранами при их обратном движении.
4. На сторонах AB и BC квадрата $ABCD$ построены равносторонние треугольники ABK и BCE , причём точка K лежит внутри квадрата, а точка E — вне его. Докажите, что K лежит на отрезке DE .
5. Назовём популярностью цифры количество чисел из набора $2^0, 2^1, 2^2, \dots, 2^{999999}$, которые начинаются с этой цифры. Докажите, что популярность каких-то двух ненулевых цифр различается не менее чем в 5 раз.
6. Диагонали выпуклого четырёхугольника перпендикулярны. Могут ли его стороны выражаться четырьмя последовательными целыми числами?
7. В теннисном турнире участвовали n игроков, причём каждый с каждым сыграл по одному матчу. Для какого минимального n в любом таком турнире найдутся 4 игрока X, Y, Z и T таких, что X обыграл Y, Z и T ; Y обыграл Z и T ; Z обыграл T ?

• Срок проведения отборочного тура олимпиады — с **15 октября по 12 ноября включительно**. Призёры отборочного этапа будут приглашены на заключительный этап, проходящий в январе–феврале 2019 года.

- Помните, что в большинстве задач требуется не только ответ, но и его полное обоснование.
- Олимпиадные работы принимаются в электронном виде (допустимы как текстовые файлы, так и отсканированные копии бумажных работ). В исключительных случаях мы готовы принять работу в бумажном виде (по почте). Подробные инструкции по отправке решений есть на сайте formulo.org.
- В работе не должны содержаться личные данные участника, то есть **подписывать работу не следует** (личные данные указываются отдельно при загрузке работы на сайт).
- Работы с признаками списывания и коллективного творчества рассматриваться не будут.