



Международная математическая олимпиада  
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»  
2018–2019 учебный год. Отборочный этап

### Задачи для 7 класса

1. В пятизначном числе, не содержащем нулей, стёрли первую цифру, и оно уменьшилось в целое количество раз. В оставшемся числе снова стёрли первую цифру, и оно опять уменьшилось в целое количество раз. Потом первую цифру стирали ещё дважды, и каждый раз число уменьшалось в целое количество раз. Приведите пример исходного числа.
2. Жители Страны Чудес делятся на хоббитов и викингов. Однажды 27 жителей сели за круглый стол так, чтобы расстояния между соседями были одинаковыми. Оказалось, что между каждыми двумя хоббитами сидели как минимум два викинга. Докажите, что найдутся три викинга, сидящих на равных расстояниях друг от друга.
3. Число представимо в виде суммы 8 простых чисел, но не представимо в виде суммы 8 составных чисел. А представимо ли это число в виде произведения простого числа на составное?
4. Числа от 1 до 49 расставлены в клетках квадрата  $7 \times 7$  так, что количество нечётных чисел в любых двух строчках было различным. Может ли оказаться, что количество нечётных чисел в любых двух столбцах тоже различно?
5. Для каждого четырёхзначного числа без нулей в записи можно перечислить все перестановки цифр, включая само число, по возрастанию. Например, для числа 3433 получится такой список: 3334, 3343, 3433, 4333. Назовём число отличным, если оно стоит в своём списке на пятом месте. Сколько существует отличных чисел?
6. Три коллекционера картин  $A$ ,  $B$  и  $C$  выставили часть своих картин на аукцион.  $A$  выставил 3% своих картин,  $B$  — 7%,  $C$  — 20%.  $B$  купил все картины, выставленные  $A$ ,  $C$  — выставленные  $B$ ,  $A$  — выставленные  $C$ . Какое наименьшее (ненулевое) количество картин могло быть выставлено на аукцион, если количество картин у каждого коллекционера не изменилось?
7. Можно ли разрезать квадрат на 144 равных части и составить из них три квадрата, среди которых нет двух равных?

• Срок проведения отборочного тура олимпиады — с **15 октября по 12 ноября включительно**. Призёры отборочного этапа будут приглашены на заключительный этап, проходящий в январе–феврале 2019 года.

- Помните, что в большинстве задач требуется не только ответ, но и его полное обоснование.
- Олимпиадные работы принимаются в электронном виде (допустимы как текстовые файлы, так и отсканированные копии бумажных работ). В исключительных случаях мы готовы принять работу в бумажном виде (по почте). Подробные инструкции по отправке решений есть на сайте [formulo.org](http://formulo.org).
- В работе не должны содержаться личные данные участника, то есть **подписывать работу не следует** (личные данные указываются отдельно при загрузке работы на сайт).
- Работы с признаками списывания и коллективного творчества рассматриваться не будут.