

Международная математическая олимпиада  
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»

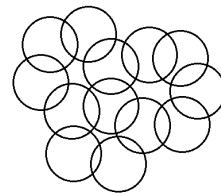
2016/2017 год. Первый тур

Задачи для 7 класса

*Пожалуйста, не забудьте обосновать ответы.*

1. Может ли сумма 44 натуральных чисел быть в 4 раза больше, чем их произведение?
2. Одно натуральное число на 1 больше другого. Может ли их произведение оканчиваться на 2016?
3. Можно ли нарисовать три треугольника так, чтобы их пересечение и объединение были выпуклыми четырёхугольниками? Четырёхугольник называется выпуклым, если обе его диагонали проходят внутри него.

4. На плоскости расположены круги, как показано на рисунке. Внутри каждого круга поставлены три точки, а на границах кругов нет ни одной точки. Каково минимально возможное общее количество точек?



5. На столе лежат грузы массой 150, 151, 152, ..., 200 граммов (по одному грузу каждой массы). Петя может выбрать один или несколько грузов и взвесить их. Сколько различных масс он может получить таким образом?
6. Лиза хочет закрасить на доске  $6 \times 6$  три квадрата так, чтобы их контуры шли по границам клеток, никакие два квадрата не имели общих клеток и у всех трёх квадратов был разный размер. Сколькими способами она может это сделать? Способы, которые получаются друг из друга поворотом доски, считаются различными.
7. В школе для девочек любые две ученицы либо дружат, либо враждуют между собой. Школа называется успешной, если выполняется хотя бы одно из следующих условий:
  - 1) существуют 100 девочек  $A_1, A_2, \dots, A_{100}$  таких, что  $A_1$  дружит с  $A_2$ ,  $A_2$  дружит с  $A_3$ , ...,  $A_{99}$  дружит с  $A_{100}$ ;
  - 2) существуют 7 девочек  $B_1, \dots, B_7$  таких, что  $B_1$  враждует с  $B_2$ ,  $B_3$  — с  $B_4$ , а  $B_6$  враждует с  $B_5$  и  $B_7$ .Найдите максимальное количество учениц, при котором школа может не оказаться успешной.