

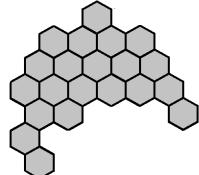
Международная математическая олимпиада
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»
2016/2017 год. Первый тур

Задачи для 5 класса

Пожалуйста, не забудьте обосновать ответы.

1. Покажите, как разрезать эту фигуру на три равных части.

(Части называются равными, если их можно наложить друг на друга так, чтобы они совпали.)



2. Одно натуральное число на 1 больше другого. Может ли их произведение оканчиваться на 2017?
3. На столе лежат грузы массой 180, 181, 182, ..., 200 граммов (по одному грузу каждой массы). Можно ли выбрать несколько из них так, чтобы их суммарный вес равнялся 1 килограмму?
4. На доске написаны 20 нулей и 17 единиц. За один ход можно стереть любые два числа и вместо них записать их сумму. Ход называется важным, если полученное в результате этого хода число было больше, чем каждое из стёртых. Сколько важных ходов будет сделано, прежде чем на доске останется единственное число?
5. В пакете лежат несколько леденцов с разными вкусами, произведённых в разных странах. Любые два леденца в пакете различаются либо вкусом, либо страной производства, либо и тем и другим. Если два леденца в пакете различаются как по вкусу, так и по стране, то в пакете найдётся ровно один леденец, отличающийся от одного из них только вкусом, а от другого только страной. Известно, что в пакете ровно 5 леденцов со вкусом яблока и ровно 7 леденцов из России. Чему может быть равно число всех леденцов в пакете? Найдите все варианты ответа на вопрос.
6. Вдоль дороги стоят столбики, пронумерованные по порядку: 0, 1, 2, 3 и т.д. У столбика 0 стоит наездник на дрессированной лошади. Когда наездник называет натуральное число, лошадь прыгает вперёд к ближайшему столбику, номер которого делится на это число. Наездник назвал числа от 1 до 10 по одному разу в каком-то порядке. Каков максимально возможный номер столбика, у которого могла оказаться лошадь? Докажите, что он действительно максимален. (Пример: если наездник называет числа в порядке 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, то путь лошади таков: 10, 18, 24, 28, 30, 35, 36, 39, 40, 41.)
7. Лиза хочет закрасить на доске 6×6 два квадрата разного размера так, чтобы их контуры шли по границам клеток и они не имели общих клеток. Сколькими способами она может это сделать? Способы, которые получаются друг из друга поворотом доски, считаются различными.