

Международная математическая олимпиада  
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»  
2015/2016 год. Первый тур

Задачи для 5 класса

*Пожалуйста, не забудьте обосновать ответы.*

1. Петя, Вася и Толик в складчину купили футбольный мяч. Известно, что каждый из них заплатил не больше половины суммы, заплаченной двумя другими. Мяч стоил 9 рублей. Сколько денег заплатил Петя?
2. Полина написала на доске два числа  $A$  и  $B$ . Вика их стерла, записав числа, равные сумме и произведению чисел, записанных Полиной:  $C$  и  $D$ . Затем Полина стерла числа, записанные Викой, также записав их сумму и произведение:  $E$  и  $F$ . Из последних двух чисел одно оказалось нечётным. Какое именно и почему?
3. Считается, что ученик  $A$  учится лучше ученика  $B$ , если в большинстве контрольных работ оценка у ученика  $A$  выше, чем у ученика  $B$ . В классе провели три контрольные работы. Могло ли оказаться, что ученик  $A$  учится лучше, чем ученик  $B$ , ученик  $B$  – лучше, чем ученик  $C$ , а ученик  $C$  – лучше, чем  $A$ ?
4. По вечерам Лева врёт маме, если в этот день получил двойку, а в остальных случаях говорит правду. А ещё у Лёвы есть сестра, которой мама даёт конфеты в те дни, когда она не получает двоек. Однажды вечером Лёва сказал маме: «Сегодня я получил больше двоек, чем моя сестра». Достанутся ли сестре конфеты?
5. Волшебный календарь показывает правильную дату по чётным числам месяца и неправильную по нечётным. Какое максимальное количество дней подряд он может показывать одну и ту же дату? Укажите все возможные числа месяца, которые он при этом может показывать.
6. Сколько существует десятизначных чисел, в которых нет повторяющихся цифр, а цифры 0, 1, 2, 3 стоят подряд в порядке возрастания?
7. Алексей разрезал квадрат  $8 \times 8$  по границам клеток на 7 частей с равными периметрами. Покажите, как он это сделал (достаточно привести один пример).