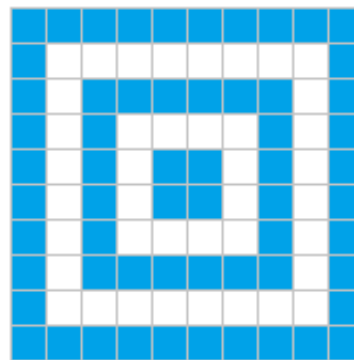


## Задачи для 5 класса

1. Придумайте пять различных натуральных чисел, произведение которых равно 1000.

**Решение.** Заметим, что  $1000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 = 1 \cdot 2 \cdot 5 \cdot (2 \cdot 2) \cdot (5 \cdot 5) = 1 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 25$ .  
Ответ: 1, 2, 4, 5, 25.

2. Каждая клетка доски  $10 \times 10$  покрашена в синий или белый цвет. Назовём клетку радостной, если ровно две соседних с ней клетки синие. Закрасьте доску так, чтобы все клетки были радостными. (Клетки считаются соседними, если имеют общую сторону.)



**Решение.** Например, так.

3. Вот задача из задачника С. А. Рачинского (конец XIX века): «Сколько досок длиной в 6 аршин, шириной в 6 вершков нужно, чтобы замостить пол в квадратной комнате, коей сторона — 12 аршин?» Ответ к задаче: 64 доски. Установите по этим данным, сколько вершков в аршине.

**Решение.** Площадь комнаты составляет  $12 \cdot 12 = 144$  квадратных аршина. Значит, площадь каждой доски равна  $144/64 = 2,25$  квадратных аршина. Поскольку длина доски 6 аршин, то её ширина должна быть  $2,25/6 = 3/8 = 6/16$  аршина. Таким образом, 6 вершков составляют  $6/16$  аршина, значит, 1 вершок — это  $1/16$  аршина.

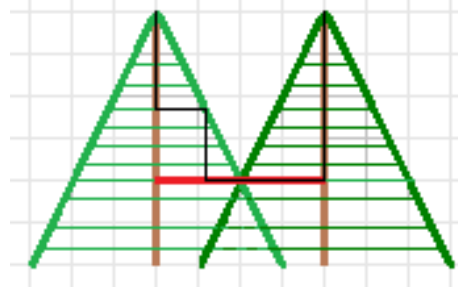
**Другое решение.** Заметим, что общая площадь досок, покрывающих комнату, не зависит от их расположения. Поэтому можно считать, что они лежат в два ряда по 32 доски в каждом ряду. Длина каждого ряда равна стороне комнаты (12 аршин), в то же время она в 32 раза больше, чем ширина доски (6 вершков). Значит, 12 аршин в 32 раза больше, чем 6 вершков. Поэтому 6 аршин в 16 раз больше, чем 6 вершков, то есть аршин в 16 раз больше, чем вершок.

Ответ: в аршине 16 вершков.

4. На поляне на расстоянии 20 метров одна от другой растут две ели высотой по 30 метров. Ветки елей растут очень густо, и среди них есть направленные точно навстречу друг другу, а длина каждой ветки вдвое меньше расстояния от неё до вершины. Паук может ползти по стволу (вверх или вниз строго по вертикали), по веткам (строго по горизонтали), либо спускаться вертикально вниз по паутине с одной ветки на другую. Какое наименьшее расстояние ему придётся проползти, чтобы добраться с вершины одной ели на вершину другой?

**Решение.** По рисунку видно, что ветви елей пересекаются на высоте не более 10 метров от земли. Действительно, на этой высоте расстояние до верхушки — 20 метров, поэтому длина каждой ветки  $20/2 = 10$  метров, и суммарная длина веток двух елей как раз равна расстоянию между ними. Поэтому паук в любом случае должен спуститься на высоту 10 метров, а потом подняться. Значит,

ему надо преодолеть не менее 40 метров по вертикали. Ещё нужно пройти хотя бы 20 метров по горизонтали. Итого его путь составит хотя бы 60 метров. Заметим, что существует много путей длины 60 метров (на рисунке один из них показан чёрным цветом).



Возможно другое понимание задачи, при котором путь, который паук проделал вниз по паутине, не учитывается (он падает, а не ползёт). Тогда ответ равен 40 метрам (20 по горизонтали и 20 вверх).

5. У Никиты есть волшебная банка. Если в банку положить  $n$  конфет и закрыть на час, то количество лежащих в ней конфет увеличится на сумму цифр числа  $n$ . Например, если было 137 конфет, то станет  $137 + 1 + 3 + 7 = 148$ . Какое максимальное количество конфет Никита может получить за 20 часов 16 минут, если вначале у него одна конфета?

**Решение.** Нужно стремиться к тому, чтобы по истечении каждого часа количество конфет было как можно больше. Но это не значит, что все конфеты надо всегда класть в банку. Наибольшая сумма цифр (то есть наибольший прирост числа конфет) получается у числа, в котором все цифры (кроме первой) — девятки.

1 час:  $1+1=2$

2 час:  $2+2=4$

3 час:  $4+4=8$

4 час:  $8+8=16$

5 час: (кладём 9 конфет)  $16+9=25$

6 час: (кладём 19 конфет)  $25+10=35$

7 час: (кладём 29 конфет)  $35+11=46$

8 час: (кладём 39 конфет)  $46+12=58$

9 час: (кладём 49 конфет)  $58+13=71$

10 час: (кладём 69 конфет)  $71+15=86$

11 час: (кладём 79 конфет)  $86+16=102$

12 час: (кладём 99 конфет)  $102+18=120$

13–17 часы: кладём по 99 конфет, число конфет каждый час увеличивается на 18, итого получаем 138, 156, 174, 192, 210 конфет.

18–20 часы: кладём по 199 конфет, число конфет каждый час увеличивается на 19, итого получаем 229, 248, 267 конфет.

За оставшиеся 16 минут что-либо получить невозможно.

Ответ: 267 конфет.