11 КЛАСС

1. Полное ускорение шарика определяется его тангенциальной и нормальной составляющими:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}. \quad (1)$$

Пусть в некоторый момент времени нить составляет угол α с вертикалью. Согласно II закону Ньютона тангенциальное ускорение шарика определяется составляющей силы тяжести:

$$a_\tau = g \sin\alpha, \quad (2)$$

где g – ускорение свободного падения.

Нормальное ускорение шарика:

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{l},$$

где l – длина нити.

Согласно закону сохранения энергии при движении шарика из первоначального положения до момента, когда нить составляет угол α с вертикалью

$$mgl = \frac{m\upsilon^2}{2} + mgl(1 - \cos\alpha),$$

$$\upsilon^2 = 2gl\cos\alpha,$$

поэтому

$$a_n = 2g\cos\alpha. \quad (3)$$

Полное ускорение шарика (1) с учётом (2) и (3)

$$a = \sqrt{(g\sin\alpha)^2 + (2g\cos\alpha)^2} = g\sqrt{1 + 3\cos^2\alpha}.$$

Максимальным ускорение будет при $\alpha = 0$, $a_{\max} = 2g$, минимальным – при $\alpha = \pi/2$, $a_{\min} = g$. Искомое отношение $a_{\max}/\ a_{\min} = 2$.

Примерные критерии оценивания:

– полное ускорение маятника – 1 балл;

– величина тангенциального ускорения – 3 балла;

– величина нормального ускорения – 3 балла;

– выражение для полного ускорения в произвольный момент времени – 2 балла;

– нахождение минимального ускорения – 1 балл;

– нахождение максимального ускорения – 1 балл;

– численный ответ – 1 балл.

2. У края обкладок конденсатора имеется рассеянное неоднородное электрическое поле, убывающее по величине при удалении от краёв. Молекулы диэлектрика обладают собственным дипольным моментом либо приобретают его под действием поля, поэтому на них действуют силы, стремящиеся переместить их в область сильного поля, то есть внутрь конденсатора.

Определим силу, с которой электрическое поле плоского конденсатора действует на диэлектрическую пластину. Пусть изначально пластина диэлектрика выдвинута на расстояние x за пределы конденсатора. Если пластина под действием поля смещается на малое расстояние Δx, то согласно закону сохранения энергии работа источника напряжения равна сумме изменения энергии конденсатора ΔW и механической работы, совершаемой силой F, смещающей диэлектрическую пластину:

$$A_{ист} = \Delta W + A_F . \tag{1}$$

Так как конденсатор подключен к источнику питания, то разность потенциалов U между его обкладками остается постоянной. Если при вдвигании пластины заряд конденсатора изменится на Δq, изменение энергии конденсатора

$$\Delta W = \frac{U\Delta q}{2}, \tag{2}$$

Работа, совершенная источником напряжения

$$A_{ист} = U\Delta q . \tag{3}$$

Поэтому из (1) работа силы F

$$A_F = A_{ист} - \Delta W = U\Delta q - \frac{U\Delta q}{2} = \frac{U\Delta q}{2}.$$

При малом смещении пластины на Δx

$$A_F = F \cdot \Delta x,$$

поэтому

$$F = \frac{U\Delta q}{2\Delta x}. \qquad (4)$$

Изменение заряда конденсатора связано с изменением его электроёмкости:

$$\Delta q = U\Delta C. \qquad (5)$$

Емкость конденсатора, частично заполненного диэлектриком, можно найти как емкость двух параллельно включенных конденсаторов, один из которых – с диэлектриком, другой – без него. Емкость такой системы равна

$$C = C_{\text{возд}} + C_{\text{диэл}} = \frac{\varepsilon_0 ax}{d} + \frac{\varepsilon\varepsilon_0 (S - ax)}{d} = \frac{\varepsilon_0 S}{d} - \frac{\varepsilon_0 ax}{d}(\varepsilon - 1),$$

где a – ширина пластины; S – ее площадь; d – расстояние между пластинами; ε – диэлектрическая проницаемость пластины. Поэтому изменение емкости конденсатора при смещении пластины на Δx

$$\Delta C = \frac{\varepsilon_0 a\Delta x}{d}(\varepsilon - 1).$$

С учётом последнего равенства и равенства (5) выражение (4) примет вид:

$$F = \frac{\varepsilon_0 aU^2}{2d}(\varepsilon - 1).$$

Под действием этой постоянной силы пластина будет двигаться равноускоренно, пока не достигнет положения равновесия. После того, как пластина «проскочит» по инерции положение равновесия и выдвинется из конденсатора с другой стороны, направление ускорения изменится на противоположное, так как изменится направление втягивающей силы. В результате пластина будет совершать колебания (которые не будут гармоническими).

Примерные критерии оценивания:

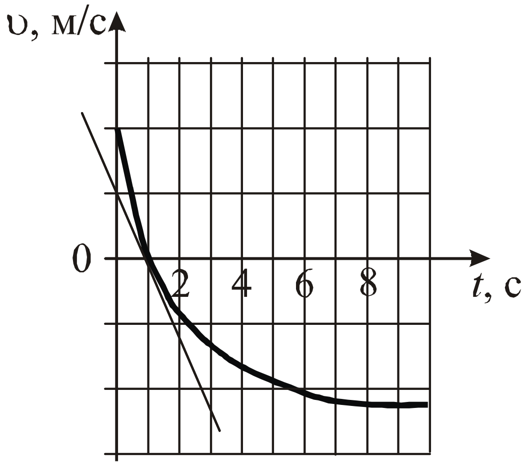
– обоснованная идея о втягивании пластины конденсатора – 3 балла;

– нахождение силы, действующей на пластину – 6 баллов;

– вывод о колебательном характере движения пластины – 3 балла.

3. В момент времени t = 1 с скорость тела равна нулю, следовательно на тело в этот момент действует только сила тяжести и ускорение тела равно g.

Проведем касательную к графику в точке t = 1 с. Тангенс угла между касательной и осью t равен производной скорости, следовательно, равен мгновенному ускорению тела.



Из графика $|a| = \left|\frac{\Delta \upsilon}{\Delta t}\right| = \frac{\upsilon_1 - 0}{1 - 0}$, где υ_1 – значение скорости, соответствующее единичному делению шкалы.

Т. к. $a = g$, то $\upsilon_1 = 10$ м/с.

Начальная скорость тела равна $\upsilon_0 = 2\upsilon_1 = 20$ (м/с).

Примерные критерии оценивания:

– идея о равенстве $a = g$ в момент времени, когда скорость равна нулю – 4 балла;

– идея о нахождении мгновенного ускорения по тангенсу угла наклона касательной – 3 балла;

– нахождение единичного деления шкалы скорости – 3 балла;

– численный ответ – 2 балла.

4. Из уравнения Менделеева – Клапейрона $p = \rho \frac{RT}{M}$,

где M – молярная масса, R – универсальная газовая постоянная, T – температура.

Таким образом, участки 1 – 2 и 3 – 4 являются изотермами. Участки 4 – 1 и 2 – 3 являются изохорами, т. к. плотность газа остается постоянной.

Для точек 1 и 4 можно записать:

$$p_1 = \rho_1 \frac{RT_{\max}}{M},$$

$$p_4 = \rho_1 \frac{RT_{\min}}{M}.$$

Из графика видно, что $\frac{p_1}{p_4} = 2$, следовательно, $\frac{T_{\max}}{T_{\min}} = 2$; $T_{\max} = 2T_{\min} = 600\ \text{K}$.

КПД цикла $\eta = \frac{A}{Q_1}$, где A – работа, совершаемая за цикл, Q_1 – полученное за цикл количество теплоты. $A = A_{12} - |A_{34}|$, т.к. в процессах 4 – 1 и 2 – 3 работа не совершается. По условию $A_{12} = 2|A_{34}|$, тогда $A = A_{12} - \frac{A_{12}}{2} = \frac{A_{12}}{2}$, $A_{12} = 2A$.

Газ получает теплоту в процессах 4 – 1 и 1 – 2.

$$Q_1 = \Delta U_{41} + A_{12} = \frac{3}{2}\nu R(T_{\max} - T_{\min}) + 2A = \frac{3}{2}\nu RT_{\min} + 2A.$$

$$\eta = \frac{A}{\frac{3}{2}\nu RT_{\min} + 2A}.$$

Решая уравнение, получим A = 2800 Дж.

Примерные критерии оценивания:

– анализ графика процесса – 2 балла;

– определение $T_{\max}$ – 2 балла;

– выражение для работы, совершенной за цикл – 2 балла;

– выражение для полученного количества теплоты – 2 балла;

– выражение для КПД цикла – 2 балла;

– численный ответ – 2 балла.

5. Из формулы тонкой линзы определим расстояние, на котором формируется изображение бесконечно удаленных звезд.

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = D,$$

$$f = \frac{1}{D} = -0{,}2 \text{ (м).}$$

Чтобы посмотреться в зеркало, изображение лица в зеркале должно оказаться на таком же расстоянии f от глаз. Т. к. изображение в зеркале получается на удвоенном расстоянии от предмета, то зеркало должно находиться на расстоянии $x = f/2 = 10$ (см).

Примерные критерии оценивания:

– определение расстояния наилучшего зрения f – 5 баллов;

– идея о положении изображения в зеркале на расстоянии наилучшего зрения – 5 баллов;

– численный ответ – 2 балла.