

10 КЛАСС

1. Дальность полёта тела, брошенного под углом α к горизонту со скоростью v_0 ,

$$S_1 = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}.$$

При бросании под углом β с той же начальной скоростью

$$S_2 = \frac{2v_0^2 \sin \beta \cos \beta}{g}.$$

По условию дальности полёта в обоих случаях одинаковые, то есть $S_1 = S_2$

$$\frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} = \frac{2v_0^2 \sin \beta \cos \beta}{g},$$

$$\sin \alpha \cos \alpha = \sin \beta \cos \beta.$$

Учитывая, что $\beta = 2\alpha$, имеем

$$\sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha \cos 2\alpha,$$

$$\sin \alpha \cos \alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \cos 2\alpha,$$

$$\cos 2\alpha = \frac{1}{2},$$

$$\alpha = \frac{\pi}{6}.$$

Значит $\beta = 2\alpha = \pi/3$.

Максимальная высота подъёма тела, брошенного под углом α к горизонту со скоростью v_0 ,

$$h_1 = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}.$$

При бросании под углом β с той же начальной скоростью

$$h_2 = \frac{v_0^2 \sin^2 \beta}{2g}.$$

Отношение высот

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{\sin^2 \beta}{\sin^2 \alpha} = \frac{\sin^2(\pi/3)}{\sin^2(\pi/6)} = \left(\frac{\sqrt{3}/2}{1/2}\right)^2 = 3.$$

Примерные критерии оценивания:

- выражение для дальности полёта тела, брошенного под углом к горизонту – 3 балла;
- составлено уравнение для нахождения угла – 2 балла;
- найдены численные значения углов – 2 балла;

- выражение для максимальной высоты подъёма тела, брошенного под углом к горизонту – 3 балла;
- нахождение отношения высот – 2 балла.

2. Во время падения на тело действуют сила тяжести и сила сопротивления воздуха $F_c = kv$, направленные в разные стороны. По второму закону Ньютона

$$ma = mg - F_c.$$

Коэффициент пропорциональности k для силы сопротивления найдем из участка графика с установившейся скоростью при $t > 6$ с. При движении с установившейся скоростью v_{\max} , ускорение равно нулю, и

$$mg = kv_{\max};$$

$$k = \frac{mg}{v_{\max}}.$$

С учетом полученного выражения для k , выражение для ускорения примет вид:

$$a = g - \frac{g}{v_{\max}}v = g\left(1 - \frac{v}{v_{\max}}\right),$$

где v – скорость в момент времени $t = 1$ с, $v = 9$ м/с.

$$a = 10\left(1 - \frac{9}{15}\right) = 4(\text{м/с}^2)$$

Примерные критерии оценивания:

- второй закон Ньютона – 3 балла;
- выражение для коэффициента пропорциональности k – 3 балла;
- выражение для ускорения в момент времени t – 3 балла;
- численный ответ – 3 балла.

3. Обозначим R – сопротивление каждого из резисторов, r – сопротивление каждого из вольтметров. Тогда показание второго вольтметра:

$$U_2 = U_1 + I_1 R$$

где U_1 – показание первого вольтметра, I_1 – ток через первый вольтметр.

Так как

$$I_1 = \frac{U_1}{r},$$

то

$$U_2 = U_1 \left(1 + \frac{R}{r} \right). \quad (1)$$

По условию показания первого и второго вольтметров отличаются на 10%, поэтому $U_2 = 1,1 U_1$. С учётом (1)

$$1,1U_1 = U_1 \left(1 + \frac{R}{r} \right),$$
$$r = 10R. \quad (2)$$

Показание третьего вольтметра

$$U_3 = U_2 + I_2 R. \quad (3)$$

Ток, текущий через средний резистор

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2}, \quad (4)$$

где

$$R_2 = \frac{r(r + R)}{2r + R}.$$

С учётом (2)

$$R_2 = \frac{10R \cdot 11R}{21R} = \frac{110R}{21}.$$

Подставляя полученное в (4) и в (3), найдём

$$U_3 = U_2 \left(1 + \frac{21}{110} \right) = 1,1 \cdot U_1 \cdot \frac{131}{110} = 1,31U_1.$$

То есть показание третьего вольтметра отличается от показания первого вольтметра на 31 %.

Примерные критерии оценивания:

- найдена связь между показаниями первого и второго вольтметров – 4 балла;
- найдена связь между показаниями второго и третьего вольтметров – 5 баллов;

– численный ответ – 3 балла.

4. Из уравнения Менделеева – Клапейрона

$$p = \rho \frac{RT}{M},$$

где M – молярная масса, R – универсальная газовая постоянная, T – температура. Т. о. на данном графике изотермы – это прямые, проходящие через начало координат.

Максимальная температура будет соответствовать точке 2, а минимальная – участку 3 – 1. Угловой коэффициент прямой, соответствующей некоторой изотерме равен

$$\frac{RT}{M} = \frac{\Delta p}{\Delta \rho}.$$

$$T = \frac{\Delta p}{\Delta \rho} \frac{M}{R}.$$

$$\frac{T_{\max}}{T_{\min}} = \left(\frac{\Delta p}{\Delta \rho} \right)_{\max} / \left(\frac{\Delta p}{\Delta \rho} \right)_{\min}.$$

Из графика $\frac{T_{\max}}{T_{\min}} = 2$.

Примерные критерии оценивания:

- идея о том, что изотермы – это прямые, проходящие через начало координат – 3 балла;
- определение точек, которым соответствует максимальная и минимальная температуры – 3 балла.
- идея об определении температуры по угловому коэффициенту прямой – 4 балла;
- численный ответ – 2 балла.

5. При погружении тела в воду, вес тела изменяется на величину силы Архимеда:

$$F_A = 0,12mg.$$

С учетом выражений для силы Архимеда и массы тела, получим

$$\rho_B g V = 0,12 \rho_T V g,$$

где ρ_B – плотность воды; ρ_T – плотность тела; V – объем тела.

$$\rho_T = \frac{\rho_B}{0,12}.$$

Уравнение теплового баланса:

$$C_B m_g \Delta t_g = C_T m (100 - t),$$

где C_B – удельная теплоемкость воды; C_T – удельная теплоемкость металла; m_g – масса воды в калориметре, $m_g = 1$ кг; Δt_g – изменение температуры воды в калориметре, $\Delta t_g = 35$ °С по условию; t – установившаяся температура в калориметре.

$$t = 20 + 35 = 55 \text{ °С.}$$

$$C_B m_g \Delta t_g = C_T \rho_T V (100 - t),$$

$$V = \frac{C_B m_g \Delta t_g}{C_T \rho_T (100 - t)} = \frac{0,12 C_B m_g \Delta t_g}{C_T \rho_B (100 - t)}.$$

$$V = \frac{0,12 \cdot 4200 \cdot 1 \cdot 35}{400 \cdot 1000 \cdot (100 - 55)} = 0,98 \cdot 10^{-3} \text{ (м}^3\text{)}.$$

Примерные критерии оценивания:

- связь изменения веса с силой Архимеда – 3 балла;
- уравнение теплового баланса – 3 балла.
- связь массы и плотности – 1 балл;
- определение установившейся температуры – 1 балл;
- выражение для объема – 2 балла;
- численный ответ – 2 балла.